

استفاده از استنتاج‌گری فازی برای مدل‌سازی روابط مکانمند در محیط GIS

دامون مولایی^{۱*}، محمد سعدی مسگری، روزبه شاد، حسین آقامحمدی

- ۱- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
- ۲- استادیار دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
- ۳- استادیار دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
- ۴- دانشجوی دکتری دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

دریافت: ۸/۸/۸۷ پذیرش: ۱۳/۶/۸۹

چکیده

روابط توپولوژیک میان عوارض مکانی فازی یکی از اطلاعات مهم و اساسی در سیستم‌های اطلاعات جغرافیایی (GIS) است. استخراج این نوع روابط، در کنار اطلاعات مکانی و توصیفی، می‌تواند در بسیاری از فرایندهای تصمیم‌گیری مورد استفاده قرار گیرد. برای مدل کردن این روابط مسائل و مشکلاتی وجود دارد؛ مانند متحرک بودن پدیده‌های مکانی، عدم قطعیت و ابهام در عوارض و ماهیت میان خود عوارض. این مشکلات باعث می‌شود استخراج این روابط پیچیدگی‌های زیادی داشته باشد. در این مقاله، روشی جدید برای مدل کردن این روابط و استخراج متغیرهای بیانی برای نواحی فازی ارائه می‌شود. در این روش از محاسبه میزان شباهت میان ماتریس‌های ۹- اشرافی کرسپ و فازی برای استخراج متغیرهای بیانی استفاده می‌شود. این متغیرها دربردارنده نوع روابط توپولوژیک و کمیت‌سنج‌هایی هستند که قدرت روابط را نشان می‌دهند. با توجه به اینکه استخراج این متغیرها به عمل‌گرهای فازی وابستگی مستقیم دارند، مقایسه‌ای میان عمل‌گرهای مختلف فازی برای به‌دست آوردن جواب بهینه انجام شده است. در پایان، سیستم استنتاج‌گر فازی بر اساس نوع روابط استخراج‌شده طراحی شده است. این سیستم میزان پیغام هشدار را برای یک کاربرد خاص براساس میزان فرکانس فازی به کاربر اعلام می‌کند.



واژه‌های کلیدی: سیستم اطلاعات مکانی، اپراتورهای فازی، سیستم استنتاج‌گر فازی، متغیرهای بیانی، توپولوژی فازی.

۱- مقدمه

روابط توپولوژیک^۱ میان عوارض مکانی، در کنار اطلاعات مکانی و توصیفی، از اساسی‌ترین اطلاعات و منابع داده‌ای در سیستم‌های اطلاعات جغرافیایی (GIS) است. این اطلاعات می‌تواند برای پرسش و پاسخ‌های مکانی، آنالیزهای مکانی، کنترل کیفیت داده‌ها و... مورد استفاده قرار گیرد. روابط توپولوژیک ممکن است به صورت کلاسیک^۲ یا فازی باشد که در این صورت، به قطعیت یا عدم قطعیت پدیده‌های مکانی و ماهیت روابط بین عوارض بستگی دارد. عدم قطعیت‌های مکانی می‌تواند از منابع مختلفی، مانند تغییرپذیری پدیده‌های طبیعی، محدودیت دانش و آگاهی انسان، و محدودیت تفسیرها و تعریف‌ها ناشی شود (Shi and Liu, 2007: 898). در جهان واقعی FDAJV پدیده‌های طبیعی دارای خصوصیات فازی هستند. نمایش این پدیده‌ها به صورت کلاسیک، باعث ساده‌سازی و از دست دادن بخش بزرگی از اطلاعات برای مدل کردن این پدیده‌ها می‌شود. با وجود این واقعیت، معمولاً در GIS پدیده‌های غیردقیق به صورت کلاسیک نمایش داده می‌شود و مدل‌های تحلیلی کلاسیک روی آن‌ها اعمال می‌شود. این مدل‌ها با توجه به مطابقت نداشتن خروجی آن‌ها با واقعیت، در کاربردهای مختلفی همچون خاک‌شناسی (McBratney and Odeh, 1997: 85)، مهندسی (Kosko, 1997)، مدل‌های داده‌ای شیء‌گرا (Jonathan Et. al, 2001: 807; Cross, 2001: 843) و استخراج اطلاعات (Ma Et. al, 2001: 697-267) محدودیت ایجاد می‌کنند. مفاهیم مجموعه‌های کلاسیک و مرزهای کلاسیک همیشه برای بررسی و مدل کردن عدم قطعیت‌ها در داده‌های مکانی مناسب نیستند (Wang Et. al, 1990: 261). شناسایی و تشخیص مرز پدیده‌ها همواره یکی از پیچیده‌ترین کارها بوده و بشر همواره در پی راهی برای به دست آوردن و مدل کردن آن بوده است. در

1. Topological Relationships
2. Crisp

تعریفی ساده از مرز می‌توان گفت مرز خارجی‌ترین حدّ یک شیء است که از آن می‌توان برای فهم و تشخیص بهتر پدیده‌ها بهره گرفت. این تعریف در دنیای واقعی با خصوصياتی از عوارض مانند جنس آن‌ها، توابع مرتبط با آن‌ها و زمانمند بودن آن‌ها ارتباط دارد. با اینکه برای مدل کردن و فرموله کردن مرزها در GIS تلاش‌های زیادی انجام شده است، هنوز مشکلاتی همچون پیچیدگی در شکل عوارض، حجم بزرگ داده‌های مکانی و درک چگونگی ترکیب موجودیت‌های دینامیک وجود دارد.

در جهان واقعی، نواحی جغرافیایی به سمت ابهام و عدم قطعیت تمایل بیشتری دارند (Erwing and Schneider, 1998: 213; Bennett, 2002: 99; Bitntner and Stell, 1997: 298; Fisher, 2000: 7; Zhan, 1998: 28). در دهه‌های اخیر، برای مدل کردن نواحی فازی و روابط توپولوژیک فازی تلاش‌های فراوانی انجام شده است. بیشتر تعریف‌های مربوط به روابط توپولوژیک میان نواحی مبهم و غیردقیق به وسیله یکی از مدل‌های RCC یا ۴- اشتراکی (Winter, 2000: 411; Egenhofer and Franzosa, 1991: 161) و ۹- اشتراکی (Smith, 1996: 287; Egenhofer & Herring, 1998: 28; Cohn & Gotts, 1996: 171) توسعه یافته است. تلاش‌ها و تحقیقاتی را که در این زمینه انجام شده است، می‌توان در قالب مجموعه‌های کلاسیک و فازی، روابط توپولوژیک فازی و کلاسیک بررسی و تحلیل کرد. لی‌یونگ (Leung, 1987: 125) تلاش‌هایی را برای فرمال کردن معانی هسته و مرز نواحی فازی انجام داده است. در این مدل، هسته یک ناحیه فازی به عنوان بخشی از یک ناحیه فازی تعریف می‌شود که به یقین بخشی از آن ناحیه است. مرز هم شامل همه عناصر ناحیه است که به طور آشکار عضو آن نیست؛ یعنی همه عناصر با مقدار عضویتی در بازه باز (۰، ۱) به عنوان مرز ناحیه فازی تعریف می‌شوند. کلمنتی و دی فیلیس (Clementi & Di Felice, 1996: 155) بر اساس نظریه ساده‌سازی ناحیه فازی را ارائه، و سه بخش کرنل، مرز و خارج را برای هر ناحیه فازی تعریف کردند. نواحی فازی به عنوان یک رابطه باینری از سوی آلتمن (Altman, 1994: 271) ارائه شد. شنایدر (Schneider, 2001: 103) ثابت کرد که روش آلتمن در حالت تغییر شکل‌پذیری ژئومتری درست جواب نمی‌دهد. شی و لی‌یو (Shi and Liu, 2007: 898) یک روش توسعه‌یافته از توپولوژی فازی محاسباتی ارائه کردند که



بر اساس عمل‌گرهای داخل و بستر انجام شد. در اینجا مؤلفه‌های اصلی توپولوژی فازی یعنی داخل، خارج و مرز براساس توپولوژی فازی محاسباتی ارزیابی می‌شوند. یکی از مهم‌ترین مؤلفه‌هایی که باعث می‌شود هر سیستم عملکرد هوشمندی به محیط اطراف خود داشته باشد، قابلیت‌های استنتاج‌گری آن است. هر چه این سیستم با محیط اطراف خود تطابق بیشتری داشته باشد، واکنش بهتر و دقیق‌تری به واقعیت خواهد داشت. با توجه به اینکه GIS با سیستم‌های استنتاج‌گری در کاربردهای مختلف ارتباط مستقیمی دارد، امروزه این سیستم‌ها بسیار مورد استفاده قرار گرفته‌اند. تانگ و همکارانش (Tang Et. al, 2003: 61, 3025) از سیستم‌های استنتاج‌گر فازی برای تغییرات پوشش زمین^۱ استفاده کردند. لورانس (Lawrence Et. al, 2002: 247) از استنتاج‌گری جهت کلی‌سازی فراداده‌ها در طراحی پایگاه دانش استفاده کرد. در سال ۲۰۰۷م از سیستم‌های استنتاج‌گری برای تعریف و دسترسی‌ها و پشتیبانی از تغییر داده‌های مکانی استفاده شد. این سیستم با هدف ارائه معماری باز برای استفاده کاربران فراوان موبایل از امکانات تحلیلی و استنتاج‌گری و تصمیم‌گیری‌های مکانی طراحی شد (Gervace Et. al, 2007: 347). در تحقیق دیگری به منظور جست‌وجو، پالایش، تفسیر و استنتاج‌گری بر روی اطلاعات مکانی، مازول‌های استنتاج‌گر مکانی به‌کار گرفته شد (Zhao Et. al, 2007: 4164).

روابط توپولوژیک فازی مدل‌شده در GIS می‌تواند برای کاربردهایی مانند آنالیزهای مکانی، پرسش و پاسخ‌های مکانی و سیستم‌های تصمیم‌گیری مورد استفاده قرار گیرد. برای مثال، فرض کنید ابرآلاینده A به سمت ناحیه تمرکز جمعیتی B در حال حرکت است؛ هر دوی این پدیده‌ها دارای مرزهای غیردقیق هستند و می‌توانند به‌عنوان نواحی فازی A و B در نظر گرفته شوند. در ابتدا روابط بین A و B به‌طور واضح از هم جدا^۲ است؛ اما هنگامی که عارضه A به سمت B حرکت می‌کند، رابطه از هم جدا به تدریج به داخل بودن نزدیک می‌شود. تغییرات این روابط^۳ می‌تواند به وسیله کمیت‌سنج‌های زبانی مشترک: به‌طور واضح^۱، بیشتر^۲، مقداری^۳،

-
1. Land Cover
 2. Clearly Disjoint
 3. Disjoint, Meet, Equal, Overlap

اندکی^۱ و هیچ^۲ اصلاح و تعدیل شود (Shad Et. al, 2008). بنابراین، روابط توپولوژیک میان دو ناحیه فازی می‌توانند به صورت Clearly Disjoint، Somewhat Overlap/ Slightly Disjoint یا Mostly Inside/ Somewhat Overlap توصیف شوند.

روشی که در اینجا برای استخراج متغیرهای بیانی استفاده می‌شود براساس محاسبه شباهت میان ماتریس‌های ۹- اشتراکی فازی و کلاسیک است. با توجه به اینکه استخراج این متغیرها با استفاده از معادله شبیه‌سازی انجام می‌شود و این معادله با عمل‌گرهای فازی وابستگی مستقیمی دارد، میان عمل‌گرهای استاندارد فازی، یعنی اجتماع و اشتراک فاز و عمل‌گرهای مختلف S- نرم و T- نرم مقایسه انجام شده است. این متغیرها می‌تواند به عنوان ورودی یک سیستم پایگاه دانش مکانی در نظر گرفته شود؛ همچنین این متغیرها می‌تواند با استفاده از یک موتور استنتاجی مفید در بسیاری از پردازش‌های تصمیم‌گیری، که بر پایه اطلاعات مکانی بنا نهاده شده است، قابل کاربرد و استفاده باشد.

ساختار این مقاله را می‌توان در قالب این بخش‌ها تقسیم‌بندی کرد: در بخش دوم مفاهیم و تعریف‌های اصلی و مرتبط با مجموعه‌های فازی و نواحی فازی بازگو می‌شود. در بخش سوم مدلی برای روابط توپولوژیک نواحی فازی ارائه می‌شود. در بخش چهارم نحوه استخراج متغیرهای بیانی برای ورود به یک سیستم استنتاج‌گر مکانی توضیح داده می‌شود. با توجه به مورد مطالعاتی که در بخش پنجم ارائه می‌شود، نتایج حاصل از شبیه‌سازی و مقایسه میان عمل‌گرهای مختلف فازی در فرایند شبیه‌سازی مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد. در فصل ششم نیز نتایج و یافته‌های تحقیق و پیشنهادها می‌آید.

-
1. Clearly
 2. Mostly
 3. Somewhat
 4. Slightly
 5. No



۲- تعریف‌ها و مفاهیم موردنیاز و مرتبط با نظریه مجموعه‌ها و نواحی فازی

تعریف نخست: (ناحیه فازی) یک محدوده سه‌بعدی A با استفاده از توابع تعلقش به این صورت تعریف می‌شود:

$$A = \{(x, y, z), \mu_A(x, y, z)\} \text{ where } (x, y) \in R^+ \rightarrow [0, 1] \quad (1)$$

تعریف دوم: (داخل و بستر) فرض کنید A یک ناحیه فازی باشد:

i. اجتماع همه مجموعه‌های باز موجود در A داخل A نامیده می‌شود و با A^o نمایش داده می‌شود. A^o بزرگ‌ترین مجموعه باز موجود در A را گویند.

ii. اشتراک همه مجموعه‌های بسته موجود در A بستر A نامیده می‌شود و با A^- نمایش داده می‌شود. A^- کوچک‌ترین مجموعه بسته موجود در A است.

تعریف سوم: (مرز فازی) اگر A ناحیه فازی باشد، تابع عضویت مرز فازی A به این صورت تعریف می‌شود (Bjork, 2004: 449):

$$\mu_{\partial A}(x, y) = \frac{1}{2} \min[\mu_A(x, y), 1 - \mu_A(x, y)] \quad (2)$$

فاکتور ۲ مقادیر تعلق را نرمالیزه می‌کند؛ یعنی آن‌ها را در فضای $[0, 1]$ تصویر می‌کند.

تعریف سوم دارای این ویژگی‌هاست:

۱. مرز فازی محدوده فازی برابر است با مرز فازی محدوده خارجی آن: اگر

$\mu_A(x, y) = 1$ آنگاه $\mu_{\partial A}(x, y) = 0$ ، یعنی اگر به صورت واضح (x, y) قسمتی از داخل

یا خارج محدوده A باشد آنگاه $\mu_{\partial A}(x, y) = 0$ است.

۲. بیشینه مقدار تعلق وقتی رخ می‌دهد که $\mu_{\partial A}(x, y) = 1/2$.

تعریف چهارم: (مکمل مجموعه فازی) مجموعه فازی A را در نظر بگیرید، مجموعه فازی

مکمل A^c با تابع عضویت زیر است:

$$\mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (2)$$

تعریف پنجم: (اجتماع و اشتراک فازی) فرض کنید A و B دو مجموعه فازی هستند. عملگر اجتماع و اشتراک $(A \cap B)$ فازی A و B به ترتیب به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \mu_{A \cup B}(x) &= \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \\ \mu_{A \cap B}(x) &= \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \end{aligned} \quad (3)$$

تعریف ششم: (اجتماع و اشتراک یاگر) A و B را به عنوان دو مجموعه فازی در نظر بگیرید. اجتماع و اشتراک یاگر به ترتیب به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \mu_{A \cup B}(x) &= \min \left[1, ((\mu_A(x))^w + (\mu_B(x))^w)^{\frac{1}{w}} \right] \\ \mu_{A \cap B}(x) &= \min \left[1, ((\mu_A(x))^w + (\mu_B(x))^w)^{\frac{1}{w}} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

تعریف هفتم: (مکمل یاگر) برای هر ناحیه فازی مثل A مکمل یاگر به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mu_{A^-}(x) = (1 - \mu_A(x))^w)^{\frac{1}{w}} \quad (5)$$

تعریف های ششم و هفتم: $w > 0$ است. به ازای $w = 1$ ، مکمل یاگر به مکمل فازی معمولی تبدیل می شود. اگر $w \rightarrow \infty$ میل کند، عملگرهای اجتماع و اشتراک یاگر به عملگرهای اجتماع و اشتراک فازی معمولی نزدیک می شوند.

تعریف هشتم: (S-نرم) اگر A و B دو مجموعه فازی باشند، یک رابطه S-نرم به صورت زیر تعریف می شود:

$$(A \cup B)(x) = s(A(x), B(x)) = A(x) \hat{+} B(x) \quad (6)$$



شرایط لازم برای یک S -نرم از این قرار است:

$$1. \text{ شرط مرزی } S(1,1) = 1, S(1,a) = S(a,1) = a$$

$$2. \text{ شرط یکنوایی } a \leq b, b \leq c \text{ whenever } S(a,b) \leq S(c,d)$$

$$3. \text{ شرط جابه‌جایی } S(a,b) = S(b,a)$$

$$4. \text{ شرط شرکت‌پذیری } S(S(a,b),c) = S(a,S(b,c))$$

تعریف نهم: (T -نرم) اگر A و B دو مجموعه فازی باشند، یک رابطه T -نرم به صورت

زیر تعریف می‌شود:

$$(A \cap B)(x) = t(A(x), B(x)) = A(x) * B(x) \quad (7)$$

شرایط لازم برای یک T -نرم عبارت است از:

$$1. \text{ شرط مرزی } T(0,0) = 0, T(a,1) = T(1,a) = a$$

$$2. \text{ شرط یکنوایی } a \leq b, b \leq c \text{ whenever } T(a,b) \leq T(c,d)$$

$$3. \text{ شرط جابه‌جایی } T(a,b) = T(b,a)$$

$$4. \text{ شرط شرکت‌پذیری } T(T(a,b),c) = T(a,T(b,c))$$

با توجه ویژگی‌های گفته‌شده، از عمل‌گرهای S -نرم و T -نرم در زیر یک عمل‌گر S -نرم و T -نرم جدید ارائه شده است. در ادامه از این روابط در مقایسه‌ای که میان اپراتورهای فازی در فرایند شبیه‌سازی انجام شده استفاده شده است.

$$S(a,b) = 1 - \sin^{-1} \left(\cos\left(\frac{a\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{b\pi}{2}\right) \right) \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

$$T(a,b) = \sin^{-1} \left(\sin\left(\frac{a\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{b\pi}{2}\right) \right) \frac{\pi}{2}$$

۳- روابط توپولوژیک باینری میان نواحی فازی

از ماتریس ۹- اشتراکی اگن هوفر می‌توان به عنوان مدلی برای نمایش روابط توپولوژیک میان نواحی فازی استفاده کرد.

۳-۱- ماتریس ۹- اشتراکی کلاسیک

ماتریس ۹ - اشتراکی کلاسیک را می توان بر اساس اشتراک های مرزها و محدوده های داخلی و خارجی دو مجموعه نقطه ای در یک فضای توپولوژی، شامل اشتراک های تهی و غیرتهی، تعریف کرد. این مؤلفه ها درایه های یک ماتریس 3×3 است که با عنوان ماتریس ۹- اشتراکی شناخته می شود. این ماتریس به این صورت تعریف می شود:

$$R_9 = \begin{bmatrix} A^o \cap B^o & A^o \cap \partial B & A^o \cap B^e \\ \partial A \cap B^o & \partial A \cap \partial B & \partial A \cap B^e \\ A^e \cap B^o & A^e \cap \partial B & A^e \cap B^e \end{bmatrix} \quad (9)$$

این ماتریس دارای یک تابع مشخصه است که با هریک از مؤلفه های ماتریس R_9 مرتبط است.

$$\chi_r(v) = \begin{cases} 0 & v = 0 \\ 1 & otherwise \end{cases} \quad (10)$$

در رابطه یادشده $\chi_r(v)$ تابع عضویت و r یک حالت خاص از مجموعه فازی است. این ماتریس می تواند شانزده رابطه توپولوژی (R_{16}) نشان دهد. اگر هوفر ثابت کرد که برای دو دیسک در فضای $R \times R$ ، تنها هشت حالت از این روابط در جهان واقعی وجود دارد (شکل ۱). این هشت رابطه را می توان به این صورت تعریف کرد:

$$R_8 = \{r, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8\} \subset R_{16} \quad (11)$$

ماتریس ۹- اشتراکی دربردارنده دو واقعیت مهم است:

۱. داخل، مرز و خارج یک مجموعه متغیرهای توپولوژیکی هستند و دوبه دو از هم جدایند.
۲. محتویات اشتراک های میان این سه بخش توپولوژیکی از دو مجموعه، متغیرهای توپولوژیکی هستند.



$Disjoint(r_0)$	$Meet(r_1)$	$Equal(r_3)$	$Contains(r_5)$																																				
 <table border="1" data-bbox="437 555 542 636"><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	0	0	1	0	0	1	1	1	1	 <table border="1" data-bbox="628 555 734 636"><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	0	0	1	0	1	1	1	1	1	 <table border="1" data-bbox="820 555 927 636"><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	1	0	0	0	1	0	0	0	1	 <table border="1" data-bbox="1013 555 1118 636"><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	1	1	1	0	0	1	0	0	1
0	0	1																																					
0	0	1																																					
1	1	1																																					
0	0	1																																					
0	1	1																																					
1	1	1																																					
1	0	0																																					
0	1	0																																					
0	0	1																																					
1	1	1																																					
0	0	1																																					
0	0	1																																					
$Covers(r_7)$	$Inside(r_{10})$	$Coveredby(r_{11})$	$Overlap(r_{15})$																																				
 <table border="1" data-bbox="437 761 542 842"><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	1	1	1	0	1	1	0	0	1	 <table border="1" data-bbox="628 761 734 842"><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	1	0	0	1	0	0	1	1	1	 <table border="1" data-bbox="820 761 927 842"><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	1	0	0	1	1	0	1	1	1	 <table border="1" data-bbox="1013 761 1118 842"><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1																																					
0	1	1																																					
0	0	1																																					
1	0	0																																					
1	0	0																																					
1	1	1																																					
1	0	0																																					
1	1	0																																					
1	1	1																																					
1	1	1																																					
1	1	1																																					
1	1	1																																					

شکل ۱ هشت رابطه توپولوژیک واقعی در حالت کلاسیک

۲-۳- اشتراکی فازی

ماتریس ۹- اشتراکی فازی در واقع تعمیمی از روابط سینگلتون کلاسیک به مقادیر مجموعه‌های فازی است. این ماتریس به صورت زیر تعریف و با F_q نمایش داده می‌شود:

$$\mu_{F_q}(v) = H(v) \text{ for all } v \in R_q \quad (12)$$

جایی که $H(v)$ ماکزیمم مقدار اشتراک مقادیر عضویت برای دو عارضه (A و B) در نظر گرفته شده است. در نتیجه با این تعریف ماتریس ۹- اشتراکی فازی را به آسانی می‌توان ایجاد کرد.

$$F_q(x, y) = \begin{bmatrix} H(A^o \cap B^o) & H(A^o \cap \partial B) & H(A^o \cap B^e) \\ H(\partial A \cap B^o) & H(\partial A \cap \partial B) & H(\partial A \cap B^e) \\ H(A^e \cap B^o) & H(A^e \cap \partial B) & H(A^e \cap B^e) \end{bmatrix} \quad (13)$$

وقتی که ماتریس ۹- اشتراکی بر اساس معادله یادشده تعریف می‌شود، هر نقطه از محدوده A دارای مقدار عضویتی در A^o ، ∂A ، A^e خواهد بود و این مفهوم با قوانین اساسی مجموعه‌های فازی مطابقت دارد.

۴- محاسبه شباهت و استخراج متغیرهای بیانی

۴-۱- تعریف شبیه‌سازی

انواع روابط میان نواحی فازی می‌تواند به وسیله مقایسه میان ماتریس‌های ۹- اشتراکی فازی و کلاسیک استخراج شود. روابط توپولوژیک کلاسیک میان نواحی فازی با یک تابع مشخصه $\chi_r(v)$ مرتبط است؛ جایی که $r \in R_\lambda$ دربردارنده خصوصیات مجموعه‌های فازی است. ارتباط بین F_9 و R_λ می‌تواند به صورت یک رابطه فازی $\Phi(F_9, r)$ به‌ازای همه $r \in R_8$ فرموله شود. تابع تعلق $\mu_\Phi(F_9, r)$ میزان شباهت میان F_9 و R_8 را نشان می‌دهد. این رابطه به صورت زیر تعریف می‌شود (Bjork, 2004):

$$\mu_{\Phi(F_9, r)} = \gamma[(F_9 \wedge r) \vee (F_9^- \wedge r^-)] \quad (14)$$

در این معادله γ کمترین مقدار تابع عضویت در ماتریس نهایی است. $\vee, \wedge$ هم می‌توانند اپراتورهای استاندارد و یا عمل‌گرهای S- نرم و T- نرم مختلف باشند. F_9^-, r^- مکمل‌های فازی F_9^-, r^- هستند.

در این مقاله برای انجام آزمایش و مقایسه میان عمل‌گرهای مختلف و به دست آوردن میزان تأثیرپذیری هریک از این عمل‌گرها در رابطه شبیه‌سازی، از عمل‌گرهای استاندارد (۴) و یاگر (۵) و عمل‌گر S- نرم و T- نرم سینوسی و کسینوسی (۹) استفاده می‌کنیم و در ادامه نتایج هر کدام از آن‌ها را برمی‌شمریم.

۴-۲. استخراج متغیرهای بیانی

با محاسبه شباهت میان F_9^-, r^- به وسیله رابطه (۱۵)، مؤلفه‌های ماتریس $\mu_\Phi(F_9, r)$ به دست می‌آیند که درواقع هرکدام از این درایه‌ها میزان نزدیکی به هشت رابطه توپولوژیکی کلاسیک را بیان می‌کنند. در این ماتریس دو مؤلفه‌ای که بزرگ‌ترین مقادیر و نزدیکی بیشتری دارند انتخاب می‌شوند. براساس این مقادیر، می‌توان نوع روابط توپولوژیکی نواحی فازی و کمیت سنج‌هایشان را به دست آورد و در قالب یک چهارتایی به صورت زیر ترکیب کرد:



$$Q = \{q(r_i), n(r_i), q(r_j), n(r_j)\} \quad (15)$$

$n(r_i)$ و $n(r_j)$ نزدیک‌ترین روابط توپولوژیک کلاسیک به فازی هستند که به ترتیب غالب و زیرغالب نامیده می‌شوند. $q(r_i)$ و $q(r_j)$ نیز به ترتیب کمیت‌سنج‌های مربوط به این روابط هستند. اگر کمیت‌سنج مربوط به زیرغالب "NO" باشد، فقط رابطه غالب در نظر گرفته می‌شود. مقادیر $\mu_{\Phi}(F_0, r)$ به کلاس‌هایی تقسیم و هریک با یک متغیر بیانی مشخص می‌شود. در اینجا نمونه‌ای از کمیت‌سنج‌های طراحی شده آمده است:

$$q(r) = \begin{cases} \text{"No"} & \mu_{\Phi(F_i, r)} \leq 0.2 \\ \text{"Slightly"} & 0.2 < \mu_{\Phi(F_i, r)} \leq 0.4 \\ \text{"Somewhat"} & 0.4 < \mu_{\Phi(F_i, r)} \leq 0.7 \\ \text{"Mostly"} & 0.7 < \mu_{\Phi(F_i, r)} \leq 0.9 \\ \text{"Clearly"} & 0.9 < \mu_{\Phi(F_i, r)} \end{cases} \quad (16)$$

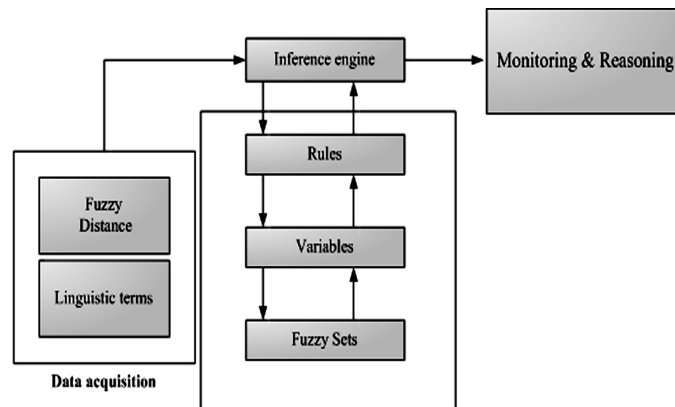
در رابطه بالا بازه‌های در نظر گرفته شده به صورت تجربی انتخاب شده است.

۳-۴. سیستم استنتاج‌گر مکانی فازی

سیستم‌های استنتاج‌گر مکانی فازی براساس کنترلرهای مکانی هستند. چنین سیستم‌هایی همراه با یک موتور استنتاج‌گر مکانی می‌توانند در بسیاری از پردازش‌های تصمیم‌گیری استفاده شوند. متغیرهای بیانی ایجاد شده در قسمت‌های قبل می‌تواند وارد یک پایگاه دانش مکانی شود و به عنوان ورودی سیستم فازی در نظر گرفته شود. در هر دو نظریه کنترل و استنتاج تقریبی، بسیاری از رفتار سیستم و کنترل سیستم می‌تواند در فرم قوانین اگر-آنگاه بیان شود. این قوانین باید براساس دانش اولیه از توپولوژی فازی و دانش فرد خبره ایجاد شود (شکل ۲).

موتور استنتاج می‌تواند براساس عمل‌گرهای استنتاجی مختلفی ایجاد شود؛ مانند عمل‌گر ممدانی (Mamdani, 1976: 669)، Max-Min، عمل‌گر زاده (Zadeh, 1975: 43) و... ایجاد شود. در

این مقاله از عمل‌گر استنتاجی ممدانی که مدل ساده شده عمل‌گر زاده است، به‌عنوان موتور استنتاج‌گر سیستم استفاده می‌شود. هر موتور استنتاج‌گر مجموعه‌ای از روابط فازی است.



شکل ۲ شمای کلی از سیستم استنتاج‌گر فازی

رابطه فازی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

تعریف دهم: (رابطه فازی) رابطه $R^i(A^i, B^i)$ به این صورت تعریف می‌شود:

$$R^i : \text{if } X \text{ is } A^i \text{ Then } y \text{ is } B^i$$

جایی که A^i و B^i مقادیر بیانی تعریف‌شده به‌وسیله مجموعه‌های فازی به‌ترتیب بر روی محدوده‌های X و y هستند. قسمت اگر قانون یعنی " $X \text{ is } A^i$ " قسمت تالی یا پیش‌فرض، و بخش آنگاه قانون یعنی " $y \text{ is } B^i$ " قسمت مقدم یا نتیجه نامیده می‌شود. سیستم استنتاج‌گری ممدانی یکی از پرکاربردترین سیستم‌های فازی در کاربردهای مهندسی است. روابط R_1 و R_2 و R_3 و ... و R_n را در نظر بگیرید:

$$R_1 : \text{if } x \text{ is } A_1 \text{ and } y \text{ is } B_1 \text{ then } z \text{ is } C_1$$

$$R_2 : \text{if } x \text{ is } A_2 \text{ and } y \text{ is } B_2 \text{ then } z \text{ is } C_2$$

$$R_3 : \text{if } x \text{ is } A_3 \text{ and } y \text{ is } B_3 \text{ then } z \text{ is } C_3$$

...

$$R_n : \text{if } x \text{ is } A_n \text{ and } y \text{ is } B_n \text{ then } z \text{ is } C_n$$

$$\text{Fact} : x \text{ is } x_1 \text{ and } y \text{ is } y_1$$



روش ممدانی به صورت زیر عمل می‌کند (فرض کنید $n = 2$ باشد):

- اگر تعداد پیش فرض‌ها بیش از یکی باشد، آنگاه بایست از عمل‌گرهای فازی برای به دست آوردن یک عدد برای قسمت تالی استفاده کرد:

$$\begin{aligned}\alpha_l &= \min(A_l(x), B_l(y)) \\ \alpha_r &= \min(A_r(x), B_r(y))\end{aligned}\quad (17)$$

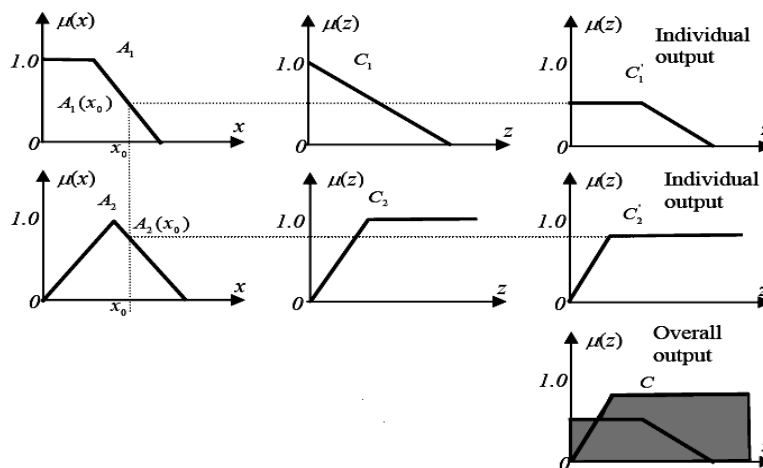
- به کار بستن روش استنتاج:

$$\begin{aligned}C'_l(z) &= \min(\alpha_l, C_l(z)) \\ C'_r(z) &= \min(\alpha_r, C_r(z))\end{aligned}\quad (18)$$

- جمع‌آوری همه خروجی‌ها: خروجی کلی به وسیله عمل‌گر ترکیبی سوپریموم-مینیمم محاسبه می‌شود:

$$C(z) = C'_l(z) \vee C'_r(z) = \min(C'_l(z), C'_r(z)) \quad (19)$$

فرایند روش ممدانی در شکل شماره سه نشان داده شده است.



شکل ۳ فرایند استنتاج‌گری ممدانی

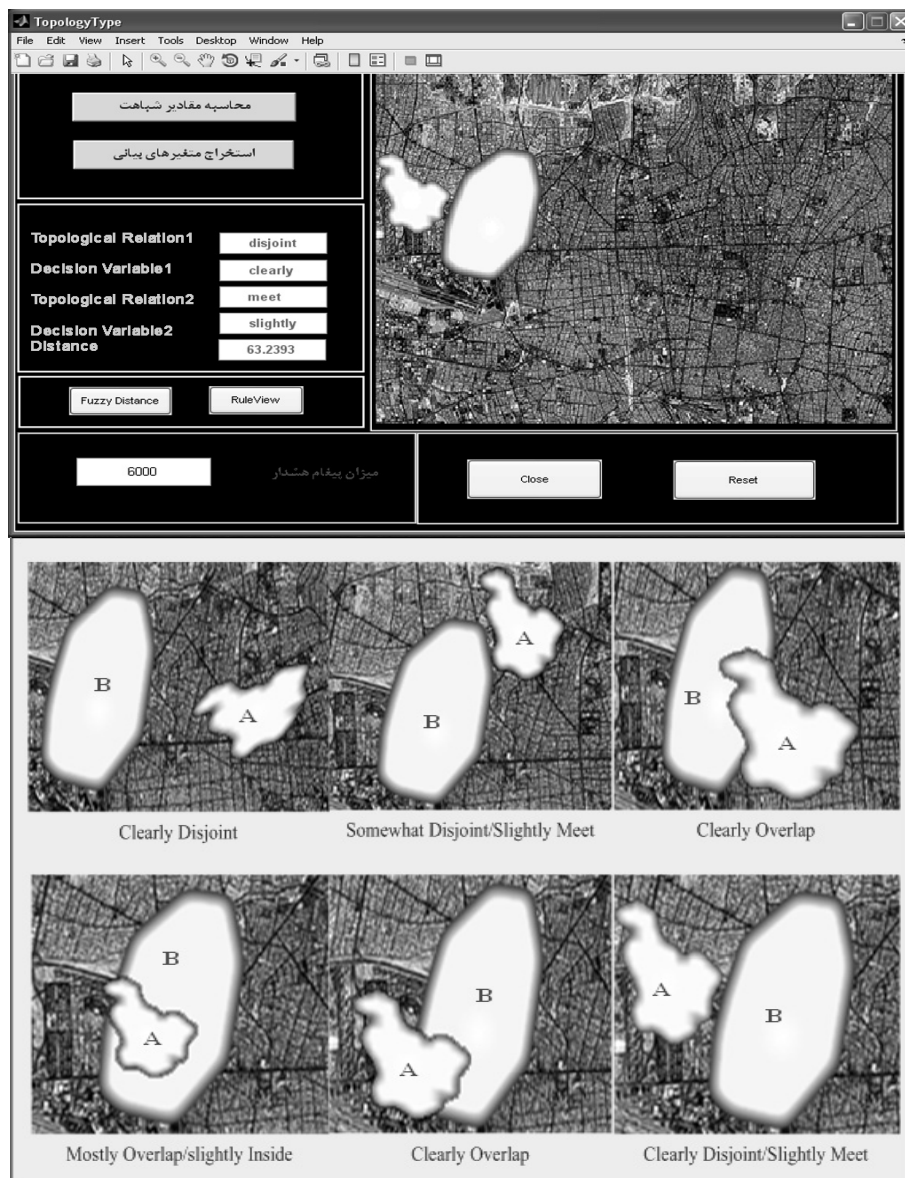
۵- اجرا و پیاده سازی مدل

۵-۱- مدل ارائه شده برای استخراج متغیرهای بیانی و روابط توپولوژیک فازی

با توجه به آنچه پیشتر گفته شد، در اینجا واسط کاربری طراحی شده است که قابلیت محاسبه و استخراج متغیرهای بیانی (حاوی نوع روابط توپولوژیک و کمیت سنجها) را دارد. برای روشن تر شدن مطلب مورد شبیه سازی در نظر گرفته شده است. تصور کنید ابرآلاینده A به طرف منطقه دارای تمرکز جمعیتی B در حال حرکت است (شکل ۴). با پیشروی این توده به سمت منطقه مورد نظر نوع روابط توپولوژیک میان آنها تغییر می کند و از حالت «کاملاً از هم جدا» به «کاملاً داخل» تبدیل می شود. متغیرهای بیانی از طریق رابطه (۱۵) محاسبه و استخراج می شوند. برای تمام حالت هایی که موقعیت دو عارضه نسبت به هم تغییر می کند، متغیرهای بیانی غالب و زیرغالب محاسبه، و به سیستم معرفی می شود.

۵-۲- مقایسه عمل گرهای مختلف فازی و نتایج آنها در فرایند شبیه سازی

با توجه به اینکه بین عمل گرهای فازی و معادله شبیه سازی (۱۵) وابستگی مستقیمی وجود دارد، در این قسمت میان سه نوع عمل گر فازی: عمل گرهای استاندارد (۴)، عمل گر S -نرم و T -نرم یا گر (۵) و عمل گر S -نرم و T -نرم سینوسی و کسینوسی (۹) مقایسه ای انجام شده است. نتایج این مقایسه برای شش موقعیت مختلف دو پدیده A و B در جدول شماره یک آمده است. براساس داده های این جدول میان نتایج به دست آمده از این عمل گرها هیچ تفاوتی وجود ندارد. علت آن را می توان در سینگلتون بودن ماتریس ۹- اشتراکی کلاسیک اگن هوفر جست و جو کرد. نتایج این مقایسه نشان می دهد ماتریس ۹- اشتراکی کلاسیک در مورد پدیده های رستری به درستی جواب نمی دهد و باید ماتریس های مشابه آن را به وجود آورد. ایجاد چنین ماتریس هایی موضوع بحث این مقاله نیست و می توان در پژوهش های بعدی آن را بررسی کرد.



شکل ۴ متغیرهای بیانی (نوع روابط توپولوژیک و کمیت‌سنج‌ها) استخراج شده، برای ابرآلاینده A که به سمت ناحیه تمرکز جمعیتی B در حال حرکت است.

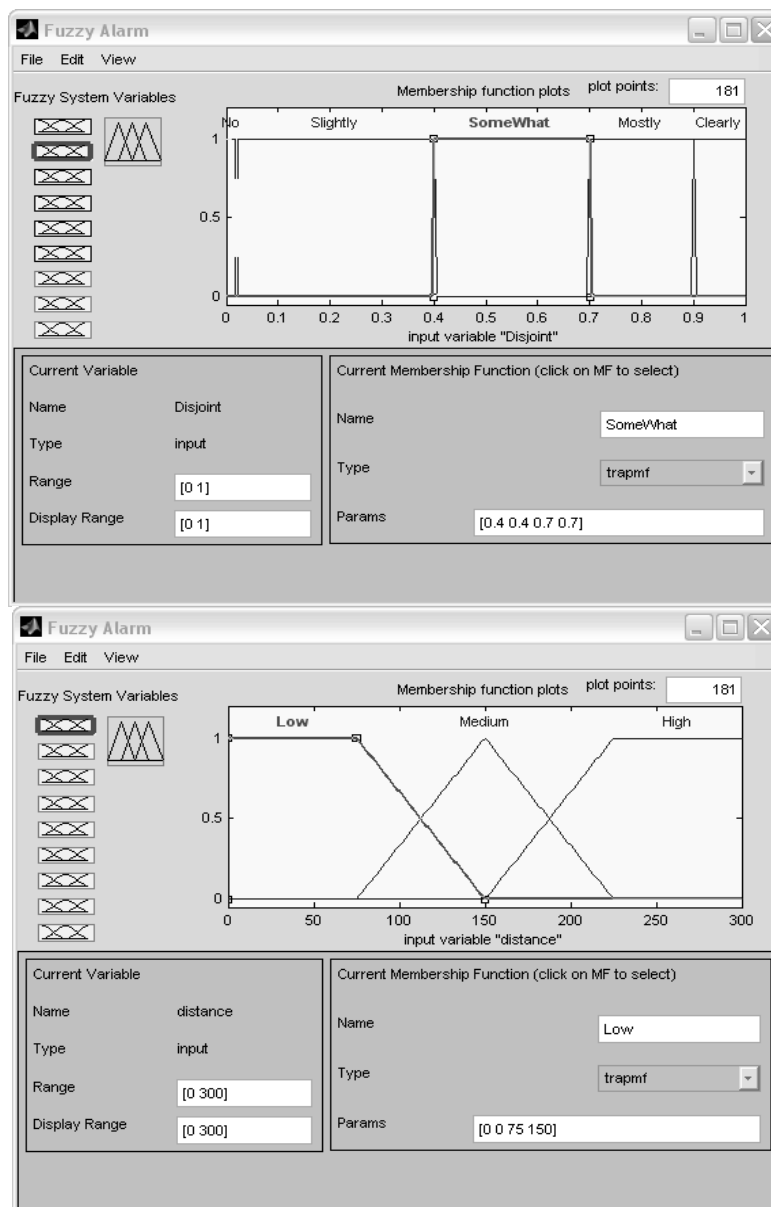
جدول ۱ نتایج نهایی شبیه سازی با استفاده از عمل گرهای مختلف فازی. در این جدول هر سطر نام رابطه و درجه شباهت برای این روابط در شش وضعیت متفاوت را نشان می دهد.

نام رابطه	محاسبه روابط توپولوژیک فازی با استفاده از اپراتورهای استاندارد، یاگر، عمل گر سینوسی و کسینوسی					
	موقعیت ۱	موقعیت ۲	موقعیت ۳	موقعیت ۴	موقعیت ۵	موقعیت ۶
Disjoint	۱	۰. ۷۷۸۷	۰	۰	۰	۰. ۹۵۰۸
Meet	۰	۰. ۲۲۱۳	۰	۰	۰	۰. ۰۴۹
Overlap	۰	۰. ۱۱۰۷	۰. ۹۵۰۸	۰. ۸۹۳۴	۰. ۹۴۲۶	۰. ۰۲۴۶
Contains	۰	۰	۰	۰	۰	۰
Inside	۰	۰	۰	۰. ۰۲۴۶	۰	۰
Equal	۰	۰	۰	۰	۰	۰
Covers	۰	۰	۰	۰	۰	۰
Covered by	۰	۰	۰	۰. ۰۲۴۶	۰	۰

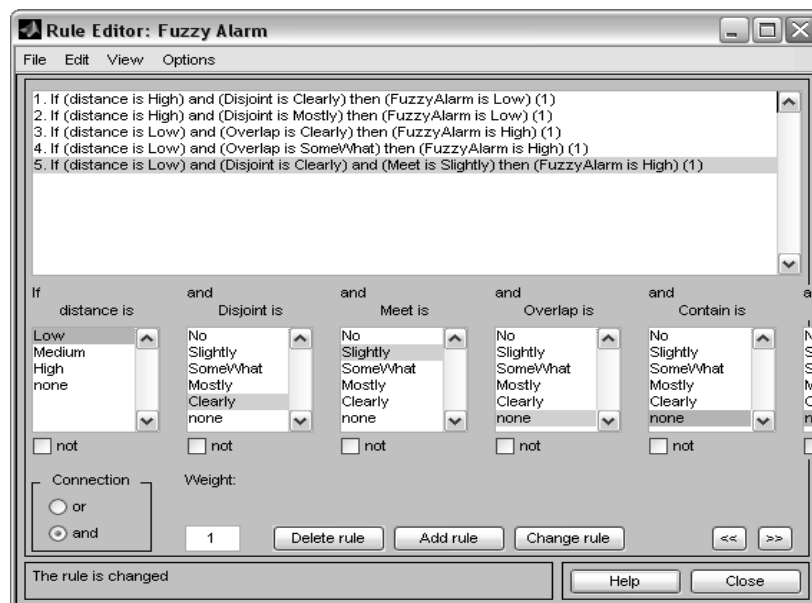
۳-۵- طراحی و ایجاد سیستم هشداردهنده فازی با استفاده از روابط توپولوژیک فازی

با استخراج متغیرهای بیانی و نوع روابط توپولوژیک، این روابط می تواند وارد یک سیستم استنتاج گر مکانی فازی شود. ورودی های سیستم موردنظر، تصاویر ماهواره ای و لایه های مختلف GIS است. در این قسمت تصاویر ماهواره ای به صورت آنلاین وارد سیستم می شود، سپس متغیرهای بیانی موردنظر استخراج و به عنوان متغیر به سیستم معرفی می شود. همچنین بعضی پارامترهای دیگر مانند فاصله بین دو پدیده A و B به عنوان ورودی سیستم به صورت فازی تعریف و وارد سیستم شده است. خروجی این سیستم، یک سیستم اعلام هشدار فازی است که میزان خطرپذیری را با فرکانس به کاربر اعلام می کند (شکل ۵).

برای ایجاد چنین سیستمی یک سری قوانین اگر- آنگاه که مهندس دانش آن را طراحی کرده، در پایگاه دانش قرار داده شده است (شکل ۶).



شکل ۵ ایجاد توابع عضویت برای قوانین اگر- آنگاه فازی



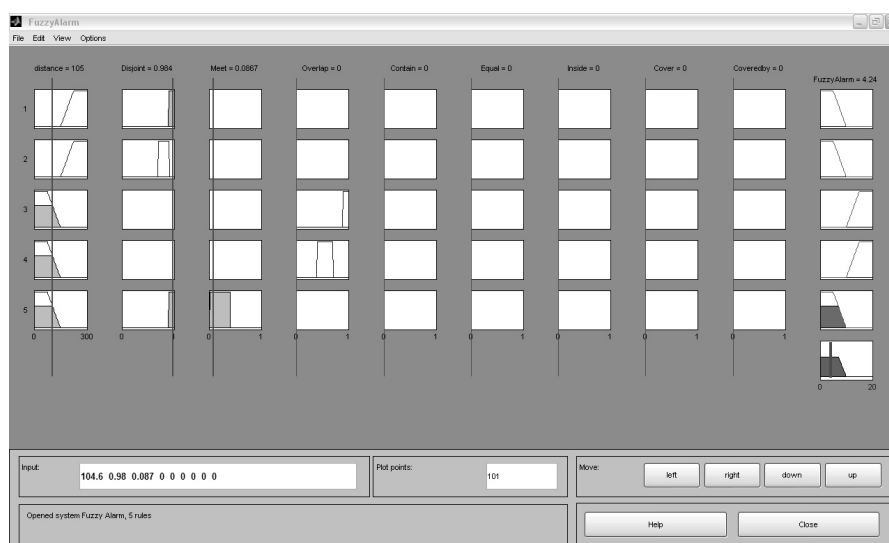
شکل ۶ قوانین طراحی شده برای سیستم استنتاج گر فازی

در اینجا ۵۴ قانون به سیستم معرفی، و موتور استنتاج گر ممدانی و روش «مرکز ثقل» برای عمل Defuzzification برای این کار استفاده شده است (شکل ۷). برای روشن تر شدن مطلب و شیوه استنتاج گری این سیستم، فرض کنید «اگر نوع متغیر بیانی Clearly Disjoint و Slightly Meet و فاصله میان A و B، ۱۰۴ باشد، آنگاه میزان پیغام هشدار که به کاربر اعلام می شود ۴. ۲۴ خواهد بود». در مثال بالا از قانون شماره پنج استفاده شده است: «اگر فاصله کم و متغیر بیانی Clearly Disjoint و Slightly Meet باشد، آنگاه میزان FuzzyAlarm زیاد است.» برای ایجاد سیستم هشدار فازی در غالب فرکانس میزان فرکانسی در بازه [2000, 1000] در نظر گرفته شده و از رابطه زیر برای به دست آوردن میزان فرکانس هریک از رول های تعریف شده در قسمت قبل استفاده شده است:

$$F_s = 400m + 2000 \quad (20)$$



در این رابطه m میزان Defuzzification در هر موقعیت است. در مثال بالا نتیجه حاصل از Defuzzification، ۲۴.۴ می‌شود که اگر در رابطه به‌دست آمده قرار گیرد، میزان فرکانس اعلام‌شده به کاربر برابر با ۳۶۹۶ خواهد بود.



شکل ۷ به‌دست آوردن میزان هشدار با استفاده از موتور استنتاج‌گر ممدانی

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روشی برای مدل کردن روابط توپولوژیک در مورد پدیده‌های جغرافیایی غیردقیق ارائه شده است. از مهم‌ترین نتایج این پژوهش، تعیین مرزهای غیردقیق و مدل کردن روابط توپولوژیک فازی در قالب ترم‌های بیانی است و دربردارنده اطلاعات کیفی روابط میان دو ناحیه فازی است. استخراج متغیرهای بیانی براساس محاسبه شباهت میان ماتریس‌های ۹- اشتراکی فازی و کلاسیک است. با توجه به اینکه استخراج این متغیرها به عمل‌گرهای فازی وابستگی مستقیمی دارند، میان سه نوع عمل‌گر مختلف فازی برای به‌دست آوردن میزان شباهت مقایسه‌ای انجام شده است.

نتیجه این مقایسه نشان می‌دهد هیچ اختلاف و تفاوتی میان نتایج به‌دست آمده وجود ندارد. علت آن را می‌توان در ماتریس ۹- اشتراکی کلاسیک دانست که دارای مقادیر سینگلتون است. متغیرهای بیانی می‌توانند به‌عنوان ورودی سیستم در بسیاری از سیستم‌های تصمیم‌گیری و استنتاج‌گری، که مرتبط با داده‌های مکانی است، در کنار اطلاعات مکانی و توصیفی مورد استفاده قرار گیرند. در این مقاله، با استفاده از این متغیرها، به‌عنوان ورودی پایگاه دانش مکانی همراه با اطلاعات دیگر، سیستمی طراحی شده است که می‌تواند میزان هشدار را براساس فرکانس و به‌صورت نمایشی به کاربر اعلام کند. از این سیستم می‌توان در بسیاری از کاربردها نظیر پدیده آلودگی هوا، انتشار لکه‌های نفتی و... استفاده کرد؛ پدیده‌های که با روابط توپولوژیک مکانی در ارتباط هستند. در این سیستم تصاویر به‌صورت آنلاین وارد می‌شود و عوارض مکانی فازی را استخراج می‌کند. با استخراج عوارض مکانی فازی نوع روابط توپولوژیکی، که بین دو پدیده فازی وجود دارد، استخراج می‌شود. از مزایای دیگر این سیستم می‌توان به این موضوع اشاره کرد که عدم قطعیت بین داده‌ها مدل می‌شود. این امر باعث می‌شود نتایج با واقعیت بیشتر تطابق داشته باشد. همچنین با استخراج روابط توپولوژیک بین پدیده‌های فازی می‌توان نوع جدیدی از ورودی اطلاعات را به پایگاه دانش ایجاد کرد و در بسیاری از فرایندهای تصمیم‌گیری مکانی از آن‌ها بسیار بهره گرفت. این سیستم توانایی تعریف انواع قوانین استنتاج‌گری مختلف براساس معیارهای ورودی به سیستم و تلفیق مختلف این قوانین بر پایه نظر کارشناس را داراست.

۷- منابع

- Altman, D. (1994). "Fuzzy set theoretic approaches for handling imprecision in spatial analysis". *International Journal Geographical Information Systems*. 8 (3), PP. 271-289.



- Bennett, B. (1998). “Determining consistency of topological relations”, *Constraints*. 3 (2–3) , PP. 213–225.
- Bittner, T., Stell, J. G. (2002). “Vagueness and rough location”. *Geoinformatica*. 6 (2), PP. 99–121.
- Björk, J. T. (2004). “Topological relations between fuzzy regions: derivation of verbal terms”. *Fuzzy Sets and Systems*, 141, PP. 449–467
- Clementini, E., Di Felice, P. (1996). “An algebraic model for spatial objects with indeterminate boundaries” in P. A. Burrough, A. U. Frank (Eds.), *Geographic Objects with Indeterminate Boundaries, GISDATA II, Taylor & Francis, Great Britain*, PP. 155–169.
- Clementini, E., Di Felice, P., Koperski, K. (2000). “Mining multiple-level spatial association rules for objects with a broad boundary”. *Data & Knowledge engineering*, 34, PP. 251–270.
- Cohn, A. G., Gotts, N. M. (1996). “The egg-yolk representation of regions with indeterminate boundaries” in P. A. Burrough, A. U. Frank (Eds.), *Geographic Objects with Indeterminate Boundaries, GISDATA II, Taylor & Francis, Great Britain*. PP. 171–187.
- Cross, V. V. (2001). “Fuzzy extensions for relationships in a generalized object model”. *International Journal Intelligence Systems*, 16, PP. 843–861.
- Egenhofer, M. J., Herring, J. (1998). “Categorizing binary topological relations between regions, lines and points in geographic databases”. *Technical Report, Department of Surveying Engineering, University of Maine*. P. 28.

- Egenhofer, M. J., Franzosa, R. D. (1991). "Point-set topological spatial relations". *International Journal Geographical Information systems*. 5 (2), PP. 161-174.
- Erwig, M., Schneider, M. (1997). "Vague regions, in: Proceedings of the 5th International Symposium on Advances in Spatial Databases". *Lecture Notes in Computer Science*. Vol. 1262, PP. 298-320.
- Fisher, P. (2000). "Sorites paradox and vague geographies". *Fuzzy Sets and Systems*. 113 (1), PP. 7-18.
- Gervace, E., Lui, H., Nussbaum, D., Roh, Y-S., Sack, J-R. (2007). "Intelligent map agents- An ubiquitous personalized GIS". *Photogrammetry and Remote Sensing*. 62, PP. 347-365.
- Jonathan, L., Jong-Yih, K., Nien-Lin, X. (2001). "A note on current approaches to extending fuzzy logic to object-oriented modeling". *International Journal Intelligence Systems*. 16, PP. 807- 820.
- Kosko, B. (1997). "Fuzzy Engineering: Prentice-Hall". *Inc, Upper Saddle River, NJ*.
- Lawrence, A., West, Jr., Hess, J. (2002). "Metadata as Knowledge Management tool: supporting intelligent agent and end user access to spatial data". *Decision Support System*. 32, PP. 247-264.
- Leung, Y. (1987). "On the imprecision of boundaries". *Geographical Analysis*. 19 (2), PP. 125-151.
- Ma, Z. M., Zhang, W. J., Ma, W. Y., Chen, G. Q. (2001). "Conceptual design of fuzzy object-oriented databases using extended entity relationship model". *International Journal Intelligence Systems*. 16, PP. 697-711.



- Mamdani, E. H. (1976). “Advances in the linguistic synthesis of fuzzy logic controllers”. *International Journal of Man-Machine Studies*. 8, PP. 669-679.
- McBratney, A. B., Odeh, I. O. A. (1997). “Application of fuzzy sets in soil science: fuzzy logic, fuzzy measurements and fuzzy decisions”. *Geoderma*. 77, PP. 85–113
- Schneider, M. (2001). “A design of topological predicates for complex crisp and fuzzy regions, in: Proceedings of the 20th International Conference on Conceptual Modeling”. *Lecture Notes in Computer Science*. Vol. 2224, pp. 103–116.
- Shad, R., Menhaj, M. B. (2008). “M. S. Mesgari, Simulation of 3D Fuzzy topological relations in a Deductive GIS environment”. *Journal of Computer and Geosciences*. (In press in proof).
- Shi, W. Z., Liu, K. F., (2007), “A fuzzy topology for computing the interior, boundary and exterior of spatial objects quantitatively in GIS”, *Computers & Geosciences*, 33, 898–915
- Smith, B. (1996). “Mereotopology: a theory of parts and boundaries”. *Data & Knowledge Engineering*. 20, PP. 287–303.
- Tang, X. M., Kainz, W., Fang, Y. (2005). “Reasoning about changes of land covers with fuzzy settings”. *International Journal of Remote Sensing*. 26(14), PP. 3025–3046.
- Tang, X. M., Kainz, W., Yu, F. (2003). “Modelling of fuzzy spatial objects and topological relations. In: Proceedings of the Second International Symposium on Spatial Data Quality '03”. Hong Kong, PP. 61–71.

- Wang, F., Hall, G. B., Subaryono, W. F. (1990). "Fuzzy information representation and processing in conventional GIS software: database design and application". *International Journal Geographical Information systems*. 4, PP. 261-283.
- Winter, S. (2000). "Uncertain topological relations between imprecise regions". *International Journal of Geographical Information Science*. 14 (5), PP. 411-430.
- Zadeh, L. A. (1975). "The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning". Part I, information Science, 8, 1975, 199-249, Part II, Information Science, 8, 1975, 301-357, Part III, Information Science, 9, 43-80.
- Zhan, F. B. (1998). "Approximate analysis of binary topological relations between geographic regions with indeterminate boundaries". *Soft Comput.* 2, PP. 28-34.
- Zhao, R-M., Qian, D-P., Qin, R-G. (2007). "Intelligent Agent Based GIS Application Module". *Machin learning and Cyberneitics*, 7, PP. 4164-4169.