

# استفاده از استنتاج‌گری فازی برای مدل‌سازی روابط مکانمند در محیط GIS

دامون مولایی<sup>\*</sup>، محمد سعدی مسگری، روزبه شاد، حسین آقامحمدی

- ۱- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
- ۲- استادیار دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
- ۳- استادیار دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
- ۴- دانشجوی دکتری دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

دریافت: ۸/۱۵/۸۷ پذیرش: ۶/۱۳/۸۹

## چکیده

روابط توپولوژیک میان عوارض مکانی فازی یکی از اطلاعات مهم و اساسی در سیستم‌های اطلاعات جغرافیایی (GIS) است. استخراج این نوع روابط، در کنار اطلاعات مکانی و توصیفی، می‌تواند در بسیاری از فرایندهای تصمیم‌گیری مورد استفاده قرار گیرد. برای مدل کردن این روابط مسائل و مشکلاتی وجود دارد؛ مانند متحرک بودن پدیده‌های مکانی، عدم قطعیت و ابهام در عوارض و ماهیت میان خود عوارض. این مشکلات باعث می‌شود استخراج این روابط پیچیدگی‌های زیادی داشته باشد. در این مقاله، روشی جدید برای مدل کردن این روابط و استخراج متغیرهای بیانی برای نواحی فازی ارائه می‌شود. در این روش از محاسبه میزان شباهت میان ماتریس‌های ۹- اشتراکری کرسپ و فازی برای استخراج متغیرهای بیانی استفاده می‌شود. این متغیرها در بردارنده نوع روابط توپولوژیک و کمیت‌سنج‌هایی هستند که قدرت روابط را نشان می‌دهند. با توجه به اینکه استخراج این متغیرها به عمل‌گرهای فازی وابستگی مستقیم دارند، مقایسه‌ای میان عمل‌گرهای مختلف فازی برای به دست آوردن جواب بهینه انجام شده است. در پایان، سیستم استنتاج‌گر فازی بر اساس نوع روابط استخراج شده طراحی شده است. این سیستم میزان پیغام هشدار را برای یک کاربرد خاص براساس میزان فرکانس فازی به کاربر اعلام می‌کند.



واژه‌های کلیدی: سیستم اطلاعات مکانی، اپراتورهای فازی، سیستم استنتاج‌گر فازی، متغیرهای بیانی، توپولوژی فازی.

## ۱- مقدمه

روابط توپولوژیک<sup>۱</sup> میان عوارض مکانی، در کنار اطلاعات مکانی و توصیفی، از اساسی‌ترین اطلاعات و منابع داده‌ای در سیستم‌های اطلاعات جغرافیایی (GIS) است. این اطلاعات می‌تواند برای پرسش و پاسخ‌های مکانی، آنالیزهای مکانی، کنترل کیفیت داده‌ها و... مورد استفاده قرار گیرد. روابط توپولوژیک ممکن است به صورت کلاسیک<sup>۲</sup> یا فازی باشد که در این صورت، به قطعیت یا عدم قطعیت پدیده‌های مکانی و ماهیت روابط بین عوارض بستگی دارد. عدم قطعیت‌های مکانی می‌تواند از منابع مختلفی، مانند تغییرپذیری پدیده‌های طبیعی، محدودیت دانش و آگاهی انسان، و محدودیت تفسیرها و تعریف‌ها ناشی شود (Shi and Liu, 2007: 898). در جهان واقعی FDAJV پدیده‌های طبیعی دارای خصوصیات فازی هستند. نمایش این پدیده‌ها به صورت کلاسیک، باعث ساده‌سازی و از دست دادن بخش بزرگی از اطلاعات برای مدل کردن این پدیده‌ها می‌شود. با وجود این واقعیت، معمولاً در GIS پدیده‌های غیردقیق به صورت کلاسیک نمایش داده می‌شود و مدل‌های تحلیلی کلاسیک روی آن‌ها اعمال می‌شود. این مدل‌ها با توجه به مطابقت نداشتن خروجی آن‌ها با واقعیت، در کاربردهای مختلفی همچون خاک‌شناسی (McBratney and Odeh, 1997: 85)، مهندسی (Kosko, 1997)، مدل‌های داده‌ای شیء‌گرا (Jonathan Et. al, 2001: 807; Cross, 2001: 843) و استخراج اطلاعات (Ma Et. al, 2001: 697-267) محدودیت ایجاد می‌کنند. مفاهیم مجموعه‌های کلاسیک و مرزهای کلاسیک همیشه برای بررسی و مدل کردن عدم قطعیت‌ها در داده‌های مکانی مناسب نیستند (Wang Et. al, 1990: 261). شناسایی و تشخیص مرز پدیده‌ها همواره یکی از پیچیده‌ترین کارها بوده و بشر همواره در پی راهی برای به دست آوردن و مدل کردن آن بوده است. در

1. Topological Relationships
2. Crisp

تعریفی ساده از مرز می‌توان گفت مرز خارجی‌ترین حدّ یک شیء است که از آن می‌توان برای فهم و تشخیص بهتر پدیده‌ها بهره گرفت. این تعریف در دنیای واقعی با خصوصیتی از عوارض مانند جنس آن‌ها، توابع مرتبط با آن‌ها و زمانمند بودن آن‌ها ارتباط دارد. با اینکه برای مدل کردن و فرموله کردن مرزها در GIS تلاش‌های زیادی انجام شده است، هنوز مشکلاتی همچون پیچیدگی در شکل عوارض، حجم بزرگ داده‌های مکانی و درک چگونگی ترکیب موجودیت‌های دینامیک وجود دارد.

در جهان واقعی، نواحی جغرافیایی به سمت ابهام و عدم قطعیت تمایل بیشتری دارند Erwing and Schneider, Bitntner and Stell, 2002: 99; Bennett, 1998: 213) در دهه‌های اخیر، برای مدل کردن نواحی فازی و روابط توپولوژیک فازی تلاش‌های فراوانی انجام شده است. بیشتر تعریف‌های مربوط به روابط توپولوژیک میان نواحی مبهم و غیردقیق به وسیله یکی از مدل‌های RCC یا ۴- اشتراکی (Winter, 2000: 411; Egenhofer and Franzosa, 1991: 161) و ۹- اشتراکی (Smith, 1996: 287; Egenhofer & Herring, 1998: 28; Cohn & Gotts, 1996: 171) توسعه یافته است. تلاش‌ها و تحقیقاتی را که در این زمینه انجام شده است، می‌توان در قالب مجموعه‌های کلاسیک و فازی، روابط توپولوژیک فازی و کلاسیک بررسی و تحلیل کرد. لی‌یونگ (Leung, 1987: 125) تلاش‌هایی را برای فرمال کردن معانی هسته و مرز نواحی فازی انجام داده است. در این مدل، هسته یک ناحیه فازی به‌عنوان بخشی از یک ناحیه فازی تعریف می‌شود که به‌یقین بخشی از آن ناحیه است. مرز هم شامل همه عناصر ناحیه است که به‌طور آشکار عضو آن نیست؛ یعنی همه عناصر با مقدار عضویتی در بازه باز (۰، ۱) به‌عنوان مرز ناحیه فازی تعریف می‌شوند. کلمنتی و دی فیلیس (Clementi & Di Felice, 1996: 155) بر اساس نظریه ساده‌سازی ناحیه فازی را ارائه، و سه بخش کرنل، مرز و خارج را برای هر ناحیه فازی تعریف کردند. نواحی فازی به‌عنوان یک رابطه باینری از سوی آلتمن (Altman, 1994: 271) ارائه شد. آشنایدر (Schneider, 2001: 103) ثابت کرد که روش آلتمن در حالت تغییر شکل‌پذیری ژئومتری درست جواب نمی‌دهد. شی و لی‌یو (Shi and Liu, 2007: 898) یک روش توسعه‌یافته از توپولوژی فازی محاسباتی ارائه کردند که



بر اساس عمل‌گرهای داخل و بستانار انجام شد. در اینجا مؤلفه‌های اصلی توپولوژی فازی یعنی داخل، خارج و مرز براساس توپولوژی فازی محاسباتی ارزیابی می‌شوند. یکی از مهم‌ترین مؤلفه‌هایی که باعث می‌شود هر سیستم عملکرد هوشمندی به محیط اطراف خود داشته باشد، قابلیت‌های استنتاج‌گری آن است. هر چه این سیستم با محیط اطراف خود تطابق بیشتری داشته باشد، واکنش بهتر و دقیق‌تری به واقعیت خواهد داشت. با توجه به اینکه GIS با سیستم‌های استنتاج‌گری در کاربردهای مختلف ارتباط مستقیمی دارد، امروزه این سیستم‌ها بسیار مورد استفاده قرار گرفته‌اند. تانگ و همکارانش (Tang Et. al, 2003: 61, ) (2005: 3025) از سیستم‌های استنتاج‌گر فازی برای تغییرات پوشش زمین<sup>۱</sup> استفاده کردند. لورانس (Lawrence Et. al, 2002: 247) از استنتاج‌گری جهت کلی‌سازی فراداده‌ها در طراحی پایگاه دانش استفاده کرد. در سال ۲۰۰۷م از سیستم‌های استنتاج‌گری برای تعریف و دسترسی‌ها و پشتیبانی از تغییر داده‌های مکانی استفاده شد. این سیستم با هدف ارائه معماری باز برای استفاده کاربران فراوان موبایل از امکانات تحلیلی و استنتاج‌گری و تصمیم‌گیری‌های مکانی طراحی شد (Gervace Et. al, 2007: 347). در تحقیق دیگری به منظور جست‌وجو، پالایش، تفسیر و استنتاج‌گری بر روی اطلاعات مکانی، ماژول‌های استنتاج‌گر مکانی به‌کار گرفته شد (Zhao Et. al, 2007: 4164).

روابط توپولوژیک فازی مدل‌شده در GIS می‌تواند برای کاربردهایی مانند آنالیزهای مکانی، پرسش و پاسخ‌های مکانی و سیستم‌های تصمیم‌گیری مورد استفاده قرار گیرد. برای مثال، فرض کنید ابرآلاینده A به سمت ناحیه تمرکز جمعیتی B در حال حرکت است؛ هر دوی این پدیده‌ها دارای مرزهای غیردقیق هستند و می‌توانند به‌عنوان نواحی فازی A و B در نظر گرفته شوند. در ابتدا روابط بین A و B به‌طور واضح از هم جدا<sup>۲</sup> است؛ اما هنگامی که عارضه A به سمت B حرکت می‌کند، رابطه از هم جدا به تدریج به داخل بودن نزدیک می‌شود. تغییرات این روابط<sup>۳</sup> می‌تواند به‌وسیله کمیت‌سنج‌های زبانی مشترک: به‌طور واضح<sup>۱</sup>، بیشتر<sup>۲</sup>، مقداری<sup>۳</sup>،

1. Land Cover
2. Clearly Disjoint
3. Disjoint, Meet, Equal, Overlap

اندکی<sup>۱</sup> و هیچ<sup>۲</sup> اصلاح و تعدیل شود (Shad Et. al, 2008). بنابراین، روابط توپولوژیک میان دو ناحیه فازی می‌توانند به صورت Somewhat Overlap/ Slightly Clearly Disjoint یا Disjoint Mostly Inside/ Somewhat Overlap توصیف شوند.

روشی که در اینجا برای استخراج متغیرهای بیانی استفاده می‌شود براساس محاسبه شباهت میان ماتریس‌های ۹- اشتراکی فازی و کلاسیک است. با توجه به اینکه استخراج این متغیرها با استفاده از معادله شبیه‌سازی انجام می‌شود و این معادله با عمل‌گرهای فازی وابستگی مستقیمی دارد، میان عمل‌گرهای استاندارد فازی، یعنی اجتماع و اشتراک فازی و عمل‌گرهای مختلف S- نرم و T- نرم مقایسه انجام شده است. این متغیرها می‌تواند به‌عنوان ورودی یک سیستم پایگاه دانش مکانی در نظر گرفته شود؛ همچنین این متغیرها می‌تواند با استفاده از یک موتور استنتاجی مفید در بسیاری از پردازش‌های تصمیم‌گیری، که بر پایه اطلاعات مکانی بنا نهاده شده است، قابل کاربرد و استفاده باشد.

ساختار این مقاله را می‌توان در قالب این بخش‌ها تقسیم‌بندی کرد: در بخش دوم مفاهیم و تعریف‌های اصلی و مرتبط با مجموعه‌های فازی و نواحی فازی بازگو می‌شود. در بخش سوم مدلی برای روابط توپولوژیک نواحی فازی ارائه می‌شود. در بخش چهارم نحوه استخراج متغیرهای بیانی برای ورود به یک سیستم استنتاج‌گر مکانی توضیح داده می‌شود. با توجه به مورد مطالعاتی که در بخش پنجم ارائه می‌شود، نتایج حاصل از شبیه‌سازی و مقایسه میان عمل‌گرهای مختلف فازی در فرایند شبیه‌سازی مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد. در فصل ششم نیز نتایج و یافته‌های تحقیق و پیشنهادها می‌آید.

- 
1. Clearly
  2. Mostly
  3. Somewhat
  4. Slightly
  5. No



## ۲- تعریف‌ها و مفاهیم موردنیاز و مرتبط با نظریهٔ مجموعه‌ها و نواحی فازی

تعریف نخست: (ناحیهٔ فازی) یک محدوده سه‌بعدی  $A$  با استفاده از توابع تعلقش به این صورت تعریف می‌شود:

$$A = \{(x, y, z), \mu_A(x, y, z)\} \text{ where } (x, y) \in R^2 \rightarrow [0, 1] \quad (1)$$

تعریف دوم: (داخل و بستار) فرض کنید  $A$  یک ناحیهٔ فازی باشد:

i. اجتماع همهٔ مجموعه‌های باز موجود در  $A$  داخل  $A$  نامیده می‌شود و با  $A^o$  نمایش داده می‌شود.  $A^o$  بزرگ‌ترین مجموعهٔ باز موجود در  $A$  را گویند.

ii. اشتراک همهٔ مجموعه‌های بستهٔ موجود در  $A$  بستار  $A$  نامیده می‌شود و با  $A^-$  نمایش داده می‌شود.  $A^-$  کوچک‌ترین مجموعهٔ بستهٔ موجود در  $A$  است.

تعریف سوم: (مرز فازی) اگر  $A$  ناحیهٔ فازی باشد، تابع عضویت مرز فازی  $A$  به این صورت تعریف می‌شود (Bjork, 2004: 449):

$$\mu_{\partial A}(x, y) = 2 \min[\mu_A(x, y), 1 - \mu_A(x, y)] \quad (2)$$

فاکتور ۲ مقادیر تعلق را نرمالیزه می‌کند؛ یعنی آن‌ها را در فضای  $[0, 1]$  تصویر می‌کند.

تعریف سوم دارای این ویژگی‌هاست:

۱. مرز فازی محدودهٔ فازی برابر است با مرز فازی محدودهٔ خارجی آن: اگر  $\mu_A(x, y) = 1$  آنگاه  $\mu_{\partial A}(x, y) = 0$ ، یعنی اگر به صورت واضح  $(x, y)$  قسمتی از داخل یا خارج محدودهٔ  $A$  باشد آنگاه  $\mu_{\partial A}(x, y) = 0$  است.

۲. بیشینهٔ مقدار تعلق وقتی رخ می‌دهد که  $\mu_{\partial A}(x, y) = 1/2$ .

تعریف چهارم: (مکمل مجموعهٔ فازی) مجموعهٔ فازی  $A$  را در نظر بگیرید، مجموعهٔ فازی مکمل  $A^c$  با تابع عضویت زیر است:

$$\mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (2)$$

تعریف پنجم: (اجتماع و اشتراک فازی) فرض کنید  $A$  و  $B$  دو مجموعه فازی هستند. عملگر اجتماع و اشتراک  $(A \cap B)$  فازی  $A$  و  $B$  به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \mu_{A \cup B}(x) &= \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \\ \mu_{A \cap B}(x) &= \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \end{aligned} \quad (3)$$

تعریف ششم: (اجتماع و اشتراک یاگر)  $A$  و  $B$  را به عنوان دو مجموعه فازی در نظر بگیرید. اجتماع و اشتراک یاگر به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \mu_{A \cup B}(x) &= \min \left[ 1, ((\mu_A(x))^w + (\mu_B(x))^w)^{\frac{1}{w}} \right] \\ \mu_{A \cap B}(x) &= \min \left[ 1, ((\mu_A(x))^w + (\mu_B(x))^w)^{\frac{1}{w}} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

تعریف هفتم: (مکمل یاگر) برای هر ناحیه فازی مثل  $A$  مکمل یاگر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_{A^-}(x) = (1 - \mu_A(x))^{\frac{1}{w}} \quad (5)$$

تعریف‌های ششم و هفتم:  $w > 0$  است. به ازای  $w = 1$ ، مکمل یاگر به مکمل فازی معمولی تبدیل می‌شود. اگر  $w \rightarrow \infty$  میل کند، عملگرهای اجتماع و اشتراک یاگر به عملگرهای اجتماع و اشتراک فازی معمولی نزدیک می‌شوند.

تعریف هشتم: ( $S$ -نرم) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه فازی باشند، یک رابطه  $S$ -نرم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(A \cup B)(x) = s(A(x), B(x)) = A(x) + B(x) \quad (6)$$



شرایط لازم برای یک  $S$ -نرم از این قرار است:

$$1. \text{ شرط مرزی } S(1,1) = 1, S(0,a) = S(a,0) = a$$

$$2. \text{ شرط یکنوایی } a \leq b, b \leq c \text{ whenever } S(a,b) \leq S(c,d)$$

$$3. \text{ شرط جابه‌جایی } S(a,b) = S(b,a)$$

$$4. \text{ شرط شرکت‌پذیری } S(S(a,b),c) = S(a,S(b,c))$$

تعریف نهم: ( $T$ -نرم) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه فازی باشند، یک رابطه  $T$ -نرم به صورت

زیر تعریف می‌شود:

$$(A \cap B)(x) = t(A(x), B(x)) = \hat{A}(x) * B(x) \quad (7)$$

شرایط لازم برای یک  $T$ -نرم عبارت است از:

$$1. \text{ شرط مرزی } T(0,0) = 0, T(a,1) = T(1,a) = a$$

$$2. \text{ شرط یکنوایی } a \leq b, b \leq c \text{ whenever } T(a,b) \leq T(c,d)$$

$$3. \text{ شرط جابه‌جایی } T(a,b) = T(b,a)$$

$$4. \text{ شرط شرکت‌پذیری } T(T(a,b),c) = T(a,T(b,c))$$

با توجه ویژگی‌های گفته‌شده، از عمل‌گرهای  $S$ -نرم و  $T$ -نرم در زیر یک عمل‌گر  $S$ -نرم

و  $T$ -نرم جدید ارائه شده است. در ادامه از این روابط در مقایسه‌ای که میان اپراتورهای فازی

در فرایند شبیه‌سازی انجام شده استفاده شده است.

$$S(a,b) = 1 - \sin^{-1} \left( \cos\left(\frac{a\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{b\pi}{2}\right) \right) \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

$$T(a,b) = \sin^{-1} \left( \sin\left(\frac{a\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{b\pi}{2}\right) \right) \frac{\pi}{2}$$

### ۳- روابط توپولوژیک باینری میان نواحی فازی

از ماتریس ۹- اشتراکی اگن هوفر می‌توان به‌عنوان مدلی برای نمایش روابط توپولوژیک میان

نواحی فازی استفاده کرد.



### ۳-۱- ماتریس ۹- اشتراکی کلاسیک

ماتریس ۹ - اشتراکی کلاسیک را می‌توان بر اساس اشتراک‌های مرزها و محدوده‌های داخلی و خارجی دو مجموعه نقطه‌ای در یک فضای توپولوژی، شامل اشتراک‌های تهی و غیرتهی، تعریف کرد. این مؤلفه‌ها درایه‌های یک ماتریس  $3 \times 3$  است که با عنوان ماتریس ۹- اشتراکی شناخته می‌شود. این ماتریس به این صورت تعریف می‌شود:

$$R_9 = \begin{bmatrix} A^o \cap B^o & A^o \cap \partial B & A^o \cap B^e \\ \partial A \cap B^o & \partial A \cap \partial B & \partial A \cap B^e \\ A^e \cap B^o & A^e \cap \partial B & A^e \cap B^e \end{bmatrix} \quad (9)$$

این ماتریس دارای یک تابع مشخصه است که با هریک از مؤلفه‌های ماتریس  $R_9$  مرتبط است.

$$\chi_r(v) = \begin{cases} 0 & v = 0 \\ 1 & otherwise \end{cases} \quad (10)$$









در رابطه یادشده  $\chi_r(v)$  تابع عضویت و  $r$  یک حالت خاص از مجموعه فازی است. این ماتریس می‌تواند شانزده رابطه توپولوژی  $(R_{16})$  نشان دهد. آگن هوفر ثابت کرد که برای دو دیسک در فضای  $R \times R$ ، تنها هشت حالت از این روابط در جهان واقعی وجود دارد (شکل ۱). این هشت رابطه را می‌توان به این صورت تعریف کرد:

$$R_8 = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}, r_{11}, r_{12}\} \subset R_{16} \quad (11)$$

ماتریس ۹- اشتراکی دربردارنده دو واقعیت مهم است:

۱. داخل، مرز و خارج یک مجموعه متغیرهای توپولوژیکی هستند و دویه‌دو از هم جدایند.
۲. محتویات اشتراک‌های میان این سه بخش توپولوژیکی از دو مجموعه، متغیرهای توپولوژیکی هستند.



$Disjoint(r_0)$	$Meet(r_1)$	$Equal(r_3)$	$Contains(r_5)$
			
$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$Covers(r_7)$	$Inside(r_{10})$	$Coveredby(r_{11})$	$Overlap(r_{15})$
			
$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

شکل ۱ هشت رابطهٔ توپولوژیک واقعی در حالت کلاسیک

### ۲-۳- ماتریس ۹- اشتراکی فازی

ماتریس ۹- اشتراکی فازی در واقع تعمیمی از روابط سینگلتون کلاسیک به مقادیر مجموعه‌های فازی است. این ماتریس به صورت زیر تعریف و با  $F_9$  نمایش داده می‌شود:

$$\mu_{F_9}(v) = H(v) \text{ for all } v \in R_9 \quad (12)$$

جایی که  $H(v)$  ماکزیمم مقدار اشتراک مقادیر عضویت برای دو عارضه ( $A$  و  $B$ ) در نظر گرفته شده است. در نتیجه با این تعریف ماتریس ۹- اشتراکی فازی را به آسانی می‌توان ایجاد کرد.

$$F_9(x, y) = \begin{bmatrix} H(A^o \cap B^o) & H(A^o \cap \partial B) & H(A^o \cap B^e) \\ H(\partial A \cap B^o) & H(\partial A \cap \partial B) & H(\partial A \cap B^e) \\ H(A^e \cap B^o) & H(A^e \cap \partial B) & H(A^e \cap B^e) \end{bmatrix} \quad (13)$$

وقتی که ماتریس ۹- اشتراکی بر اساس معادلهٔ یادشده تعریف می‌شود، هر نقطه از محدودهٔ  $A$  دارای مقدار عضویتی در  $A^o$ ،  $\partial A$ ،  $A^e$  خواهد بود و این مفهوم با قوانین اساسی مجموعه‌های فازی مطابقت دارد.

## ۴- محاسبه شباهت و استخراج متغیرهای بیانی

### ۴-۱- تعریف شبیه‌سازی

انواع روابط میان نواحی فازی می‌تواند به وسیله مقایسه میان ماتریس‌های ۹- اشتراکی فازی و کلاسیک استخراج شود. روابط توپولوژیک کلاسیک میان نواحی فازی با یک تابع مشخصه  $\chi_r(v)$  مرتبط است؛ جایی که  $r \in R_\lambda$  در بردارنده خصوصیات مجموعه‌های فازی است. ارتباط بین  $R_\lambda$  و  $F_q$  می‌تواند به صورت یک رابطه فازی  $\Phi(F_9, r)$  به‌ازای همه  $r \in R_8$  فرموله شود. تابع تعلق  $\mu_\Phi(F_9, r)$  میزان شباهت میان  $R_8$  و  $F_9$  را نشان می‌دهد. این رابطه به صورت زیر تعریف می‌شود (Bjork, 2004):

$$\mu_{\Phi(F_9, r)} = \gamma[(F_9 \wedge r) \vee (F_9^- \wedge r^-)] \quad (14)$$

در این معادله  $\gamma$  کمترین مقدار تابع عضویت در ماتریس نهایی است.  $\vee, \wedge$  هم می‌توانند اپراتورهای استاندارد و یا عمل‌گرهای S- نرم و T- نرم مختلف باشند.  $F_9^-, r^-$  مکمل‌های فازی  $F_9^-, r^-$  هستند.

در این مقاله برای انجام آزمایش و مقایسه میان عمل‌گرهای مختلف و به‌دست آوردن میزان تأثیرپذیری هریک از این عمل‌گرها در رابطه شبیه‌سازی، از عمل‌گرهای استاندارد (۴) و یاگر (۵) و عمل‌گر S- نرم و T- نرم سینوسی و کسینوسی (۹) استفاده می‌کنیم و در ادامه نتایج هر کدام از آن‌ها را برمی‌شمریم.

### ۴-۲. استخراج متغیرهای بیانی

با محاسبه شباهت میان  $F_9^-, r^-$  به وسیله رابطه (۱۵)، مؤلفه‌های ماتریس  $\mu_\Phi(F_9, r)$  به‌دست می‌آیند که در واقع هرکدام از این درایه‌ها میزان نزدیکی به هشت رابطه توپولوژیکی کلاسیک را بیان می‌کنند. در این ماتریس دو مؤلفه‌ای که بزرگ‌ترین مقادیر و نزدیکی بیشتری دارند انتخاب می‌شوند. براساس این مقادیر، می‌توان نوع روابط توپولوژیکی نواحی فازی و کمیت‌سنج‌هایشان را به‌دست آورد و در قالب یک چهارتایی به صورت زیر ترکیب کرد:



$$Q = \{q(r_i), n(r_i), q(r_j), n(r_j)\} \quad (15)$$

$n(r_i)$  و  $n(r_j)$  نزدیک‌ترین روابط توپولوژیک کلاسیک به فازی هستند که به ترتیب غالب و زیرغالب نامیده می‌شوند.  $q(r_i)$  و  $q(r_j)$  نیز به ترتیب کمیت‌سنج‌های مربوط به این روابط هستند. اگر کمیت‌سنج مربوط به زیرغالب "NO" باشد، فقط رابطه غالب در نظر گرفته می‌شود. مقادیر  $\mu_{\Phi}(F_0, r)$  به کلاس‌هایی تقسیم و هریک با یک متغیر بیانی مشخص می‌شود. در اینجا نمونه‌ای از کمیت‌سنج‌های طراحی شده آمده است:

$$q(r) = \begin{cases} \text{"No"} & \mu_{\Phi(F_i, r)} \leq 0.02 \\ \text{"Slightly"} & 0.02 < \mu_{\Phi(F_i, r)} \leq 0.4 \\ \text{"Somewhat"} & 0.4 < \mu_{\Phi(F_i, r)} \leq 0.7 \\ \text{"Mostly"} & 0.7 < \mu_{\Phi(F_i, r)} \leq 0.9 \\ \text{"Clearly"} & 0.9 < \mu_{\Phi(F_i, r)} \end{cases} \quad (16)$$

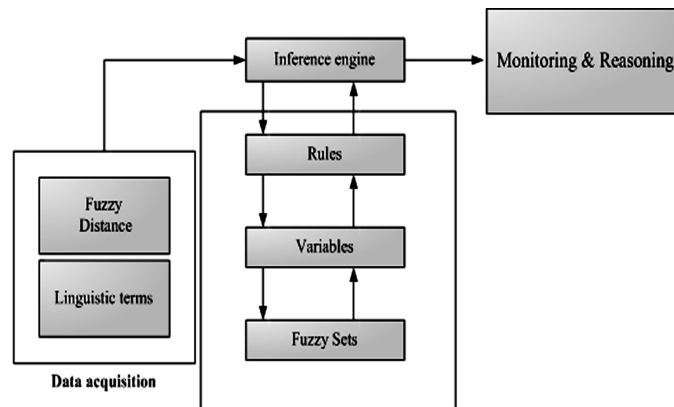
در رابطه بالا بازه‌های در نظر گرفته شده به صورت تجربی انتخاب شده است.

### ۳-۴. سیستم استنتاج‌گر مکانی فازی

سیستم‌های استنتاج‌گر مکانی فازی براساس کنترلرهای مکانی هستند. چنین سیستم‌هایی همراه با یک موتور استنتاج‌گر مکانی می‌توانند در بسیاری از پردازش‌های تصمیم‌گیری استفاده شوند. متغیرهای بیانی ایجاد شده در قسمت‌های قبل می‌تواند وارد یک پایگاه دانش مکانی شود و به‌عنوان ورودی سیستم فازی در نظر گرفته شود. در هر دو نظریه کنترل و استنتاج تقریبی، بسیاری از رفتار سیستم و کنترل سیستم می‌تواند در فرم قوانین اگر-آنگاه بیان شود. این قوانین باید براساس دانش اولیه از توپولوژی فازی و دانش فرد خبره ایجاد شود (شکل ۲).

موتور استنتاج می‌تواند براساس عمل‌گرهای استنتاجی مختلفی ایجاد شود؛ مانند عمل‌گر ممدانی (Mamdani, 1976: 669)، Max-Min، عمل‌گر زاده (Zadeh, 1975: 43) و... ایجاد شود. در

این مقاله از عمل‌گر استنتاجی ممدانی که مدل ساده شده عمل‌گر زاده است، به‌عنوان موتور استنتاج‌گر سیستم استفاده می‌شود. هر موتور استنتاج‌گر مجموعه‌ای از روابط فازی است.



شکل ۲ شمای کلی از سیستم استنتاج‌گر فازی

رابطه فازی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

تعریف دهم: (رابطه فازی) رابطه  $R^i(A^i, B^i)$  به این صورت تعریف می‌شود:

$$R^i : \text{if } X \text{ is } A^i \text{ Then } y \text{ is } B^i$$

جایی که  $A^i$  و  $B^i$  مقادیر بیانی تعریف‌شده به‌وسیله مجموعه‌های فازی به‌ترتیب بر روی محدوده‌های  $X$  و  $Y$  هستند. قسمت اگر قانون یعنی " $X \text{ is } A^i$ " قسمت تالی یا پیش‌فرض، و بخش آنگاه قانون یعنی " $y \text{ is } B^i$ " قسمت مقدم یا نتیجه نامیده می‌شود. سیستم استنتاج‌گری ممدانی یکی از پرکاربردترین سیستم‌های فازی در کاربردهای مهندسی است. روابط  $R_1$  و  $R_2$  و  $R_3$  و ... و  $R_n$  را در نظر بگیرید:

$$R_1 : \text{if } x \text{ is } A_1 \text{ and } y \text{ is } B_1 \text{ then } z \text{ is } C_1$$

$$R_2 : \text{if } x \text{ is } A_2 \text{ and } y \text{ is } B_2 \text{ then } z \text{ is } C_2$$

$$R_3 : \text{if } x \text{ is } A_3 \text{ and } y \text{ is } B_3 \text{ then } z \text{ is } C_3$$

...

$$R_n : \text{if } x \text{ is } A_n \text{ and } y \text{ is } B_n \text{ then } z \text{ is } C_n$$

$$\text{Fact} : x \text{ is } x, \text{ and } y \text{ is } y.$$



روش ممدانی به صورت زیر عمل می‌کند (فرض کنید  $n = 2$  باشد):

- اگر تعداد پیش فرض‌ها بیش از یکی باشد، آنگاه بایست از عمل‌گرهای فازی برای به دست آوردن یک عدد برای قسمت تالی استفاده کرد:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \min(A_1(x), B_1(y)) \\ \alpha_2 &= \min(A_2(x), B_2(y)) \end{aligned} \quad (17)$$

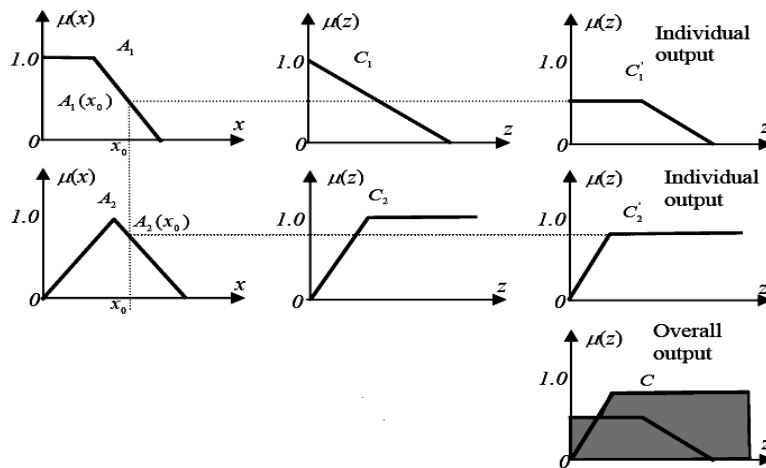
- به کار بستن روش استنتاج:

$$\begin{aligned} C_1'(z) &= \min(\alpha_1, C_1(z)) \\ C_2'(z) &= \min(\alpha_2, C_2(z)) \end{aligned} \quad (18)$$

- جمع‌آوری همه خروجی‌ها: خروجی کلی به وسیله عمل‌گر ترکیبی سوپریموم-مینیمم محاسبه می‌شود:

$$C(z) = C_1'(z) \vee C_2'(z) = \min(C_1'(z), C_2'(z)) \quad (19)$$

فرایند روش ممدانی در شکل شماره سه نشان داده شده است.



شکل ۳ فرایند استنتاج‌گری ممدانی

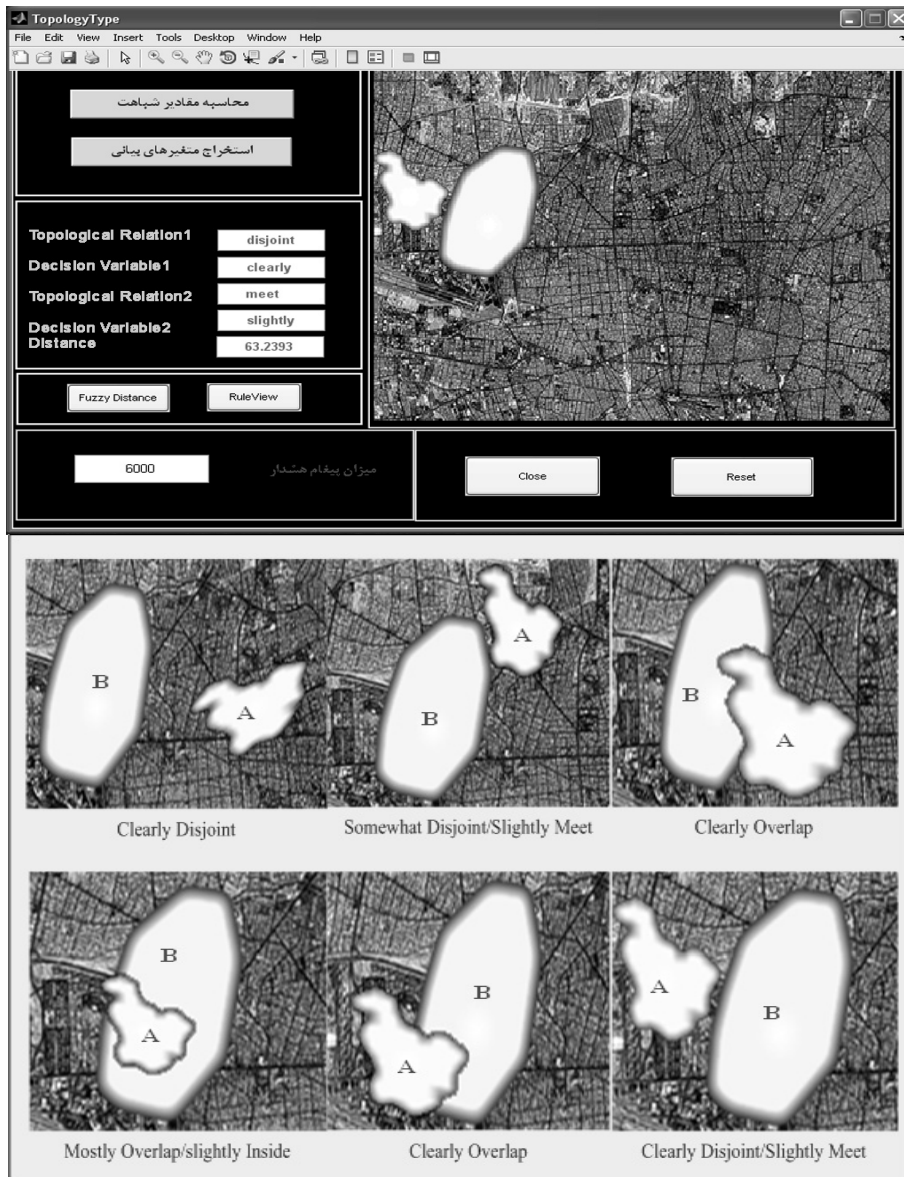
## ۵- اجرا و پیاده‌سازی مدل

### ۵-۱- مدل ارائه‌شده برای استخراج متغیرهای بیانی و روابط توپولوژیک فازی

با توجه به آنچه پیشتر گفته شد، در اینجا واسط کاربری طراحی شده است که قابلیت محاسبه و استخراج متغیرهای بیانی (حاوی نوع روابط توپولوژیک و کمیت‌سنج‌ها) را دارد. برای روشن‌تر شدن مطلب مورد شبیه‌سازی در نظر گرفته شده است. تصور کنید ابرآلاینده  $A$  به طرف منطقه دارای تمرکز جمعیتی  $B$  در حال حرکت است (شکل ۴). با پیشروی این توده به سمت منطقه موردنظر نوع روابط توپولوژیک میان آن‌ها تغییر می‌کند و از حالت «کاملاً از هم جدا» به «کاملاً داخل» تبدیل می‌شود. متغیرهای بیانی از طریق رابطه (۱۵) محاسبه و استخراج می‌شوند. برای تمام حالت‌هایی که موقعیت دو عارضه نسبت به هم تغییر می‌کند، متغیرهای بیانی غالب و زیرغالب محاسبه، و به سیستم معرفی می‌شود.

### ۵-۲- مقایسه عمل‌گرهای مختلف فازی و نتایج آن‌ها در فرایند شبیه‌سازی

با توجه به اینکه بین عمل‌گرهای فازی و معادله شبیه‌سازی (۱۵) وابستگی مستقیمی وجود دارد، در این قسمت میان سه نوع عمل‌گر فازی: عمل‌گرهای استاندارد (۴)، عمل‌گر  $S$ -نرم و  $T$ -نرم یاگر (۵) و عمل‌گر  $S$ -نرم و  $T$ -نرم سینوسی و کسینوسی (۹) مقایسه‌ای انجام شده است. نتایج این مقایسه برای شش موقعیت مختلف دو پدیده  $A$  و  $B$  در جدول شماره یک آمده است. براساس داده‌های این جدول میان نتایج به‌دست‌آمده از این عمل‌گرها هیچ تفاوتی وجود ندارد. علت آن را می‌توان در سینگلتون بودن ماتریس ۹- اشتراکی کلاسیک اگن هوفر جست‌وجو کرد. نتایج این مقایسه نشان می‌دهد ماتریس ۹- اشتراکی کلاسیک در مورد پدیده‌های رستری به‌درستی جواب نمی‌دهد و باید ماتریس‌های مشابه آن را به‌وجود آورد. ایجاد چنین ماتریس‌هایی موضوع بحث این مقاله نیست و می‌توان در پژوهش‌های بعدی آن را بررسی کرد.



شکل ۴ متغیرهای بیانی (نوع روابط توپولوژیک و کمیت‌سنج‌ها) استخراج شده، برای ابرآلاینده  $A$  که به سمت ناحیهٔ تمرکز جمعیتی  $B$  در حال حرکت است.



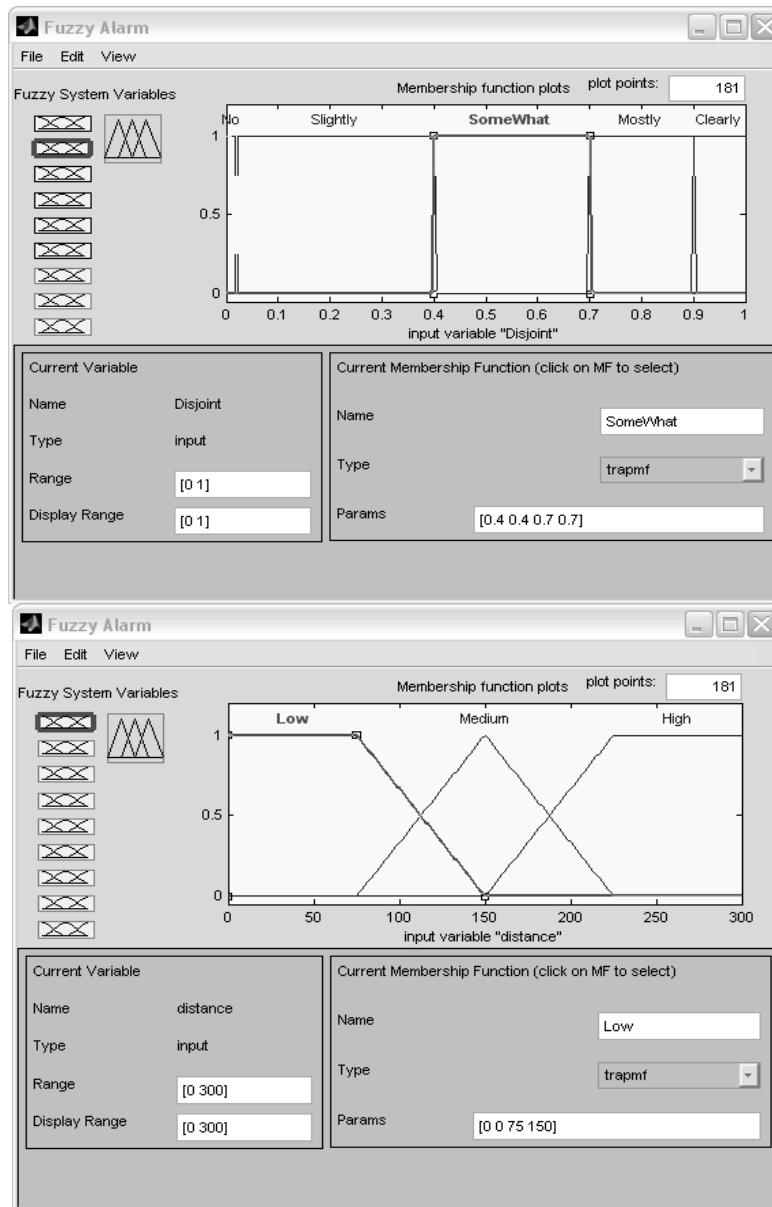
جدول ۱ نتایج نهایی شبیه‌سازی با استفاده از عمل‌گرهای مختلف فازی. در این جدول هر سطر نام رابطه و درجه شباهت برای این روابط در شش وضعیت متفاوت را نشان می‌دهد.

نام رابطه	محاسبه روابط توپولوژیک فازی با استفاده از اپراتورهای استاندارد، یاگر، عمل‌گر سینوسی و کسینوسی					
	موقعیت ۱	موقعیت ۲	موقعیت ۳	موقعیت ۴	موقعیت ۵	موقعیت ۶
Disjoint	۱	۰.۷۷۸۷	۰	۰	۰	۰.۹۵۰۸
Meet	۰	۰.۲۲۱۳	۰	۰	۰	۰.۰۴۹
Overlap	۰	۰.۱۱۰۷	۰.۹۵۰۸	۰.۸۹۳۴	۰.۹۴۲۶	۰.۰۲۴۶
Contains	۰	۰	۰	۰	۰	۰
Inside	۰	۰	۰	۰.۰۲۴۶	۰	۰
Equal	۰	۰	۰	۰	۰	۰
Covers	۰	۰	۰	۰	۰	۰
Covered by	۰	۰	۰	۰.۰۲۴۶	۰	۰

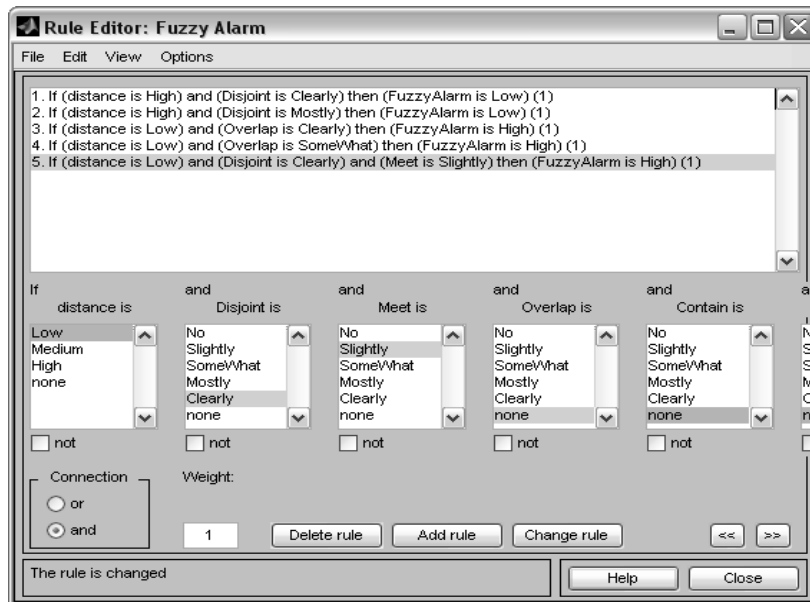
### ۳-۵- طراحی و ایجاد سیستم هشداردهنده فازی با استفاده از روابط توپولوژیک فازی

با استخراج متغیرهای بیانی و نوع روابط توپولوژیک، این روابط می‌تواند وارد یک سیستم استنتاج‌گر مکانی فازی شود. ورودی‌های سیستم موردنظر، تصاویر ماهواره‌ای و لایه‌های مختلف GIS است. در این قسمت تصاویر ماهواره‌ای به صورت آنلاین وارد سیستم می‌شود، سپس متغیرهای بیانی موردنظر استخراج و به عنوان متغیر به سیستم معرفی می‌شود. همچنین بعضی پارامترهای دیگر مانند فاصله بین دو پدیده A و B به عنوان ورودی سیستم به صورت فازی تعریف و وارد سیستم شده است. خروجی این سیستم، یک سیستم اعلام هشدار فازی است که میزان خطرپذیری را با فرکانس به کاربر اعلام می‌کند (شکل ۵).

برای ایجاد چنین سیستمی یک سری قوانین اگر-آنگاه که مهندس دانش آن را طراحی کرده، در پایگاه دانش قرار داده شده است (شکل ۶).



شکل ۵ ایجاد توابع عضویت برای قوانین اگر- آنگاه فازی



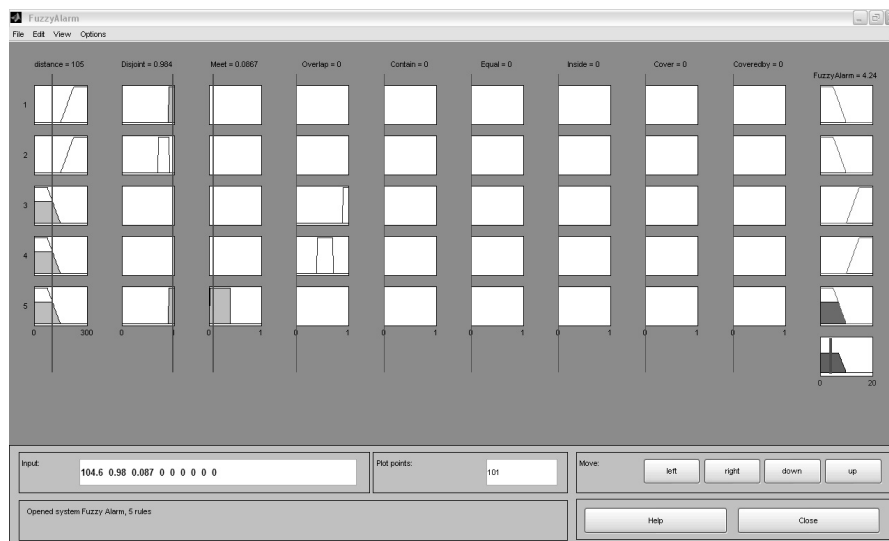
شکل ۶ قوانین طراحی شده برای سیستم استنتاج گر فازی

در اینجا ۵۴ قانون به سیستم معرفی، و موتور استنتاج گر ممدانی و روش «مرکز ثقل» برای عمل Defuzzification برای این کار استفاده شده است (شکل ۷). برای روشن تر شدن مطلب و شیوه استنتاج گری این سیستم، فرض کنید «اگر نوع متغیر بیانی Clearly Disjoint و Slightly Meet و فاصله میان A و B، ۶.۱۰۴ باشد، آنگاه میزان پیغام هشدار که به کاربر اعلام می شود ۴.۲۴ خواهد بود». در مثال بالا از قانون شماره پنج استفاده شده است: «اگر فاصله کم و متغیر بیانی Clearly Disjoint و Slightly Meet باشد، آنگاه میزان FuzzyAlarm زیاد است.» برای ایجاد سیستم هشدار فازی در غالب فرکانس میزان فرکانسی در بازه [2000, 1000] در نظر گرفته شده و از رابطه زیر برای به دست آوردن میزان فرکانس هریک از رول های تعریف شده در قسمت قبل استفاده شده است:

$$F_s = 400m + 2000 \quad (20)$$



در این رابطه  $m$  میزان Defuzzification در هر موقعیت است. در مثال بالا نتیجه حاصل از Defuzzification، ۴.۲۴ می‌شود که اگر در رابطه به‌دست آمده قرار گیرد، میزان فرکانس اعلام‌شده به کاربر برابر با ۳۶۹۶ خواهد بود.



شکل ۷ به‌دست آوردن میزان هشدار با استفاده از موتور استنتاج‌گر ممدانی

## ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روشی برای مدل کردن روابط توپولوژیک در مورد پدیده‌های جغرافیایی غیردقیق ارائه شده است. از مهم‌ترین نتایج این پژوهش، تعیین مرزهای غیردقیق و مدل کردن روابط توپولوژیک فازی در قالب ترم‌های بیانی است و دربردارنده اطلاعات کیفی روابط میان دو ناحیه فازی است. استخراج متغیرهای بیانی براساس محاسبه شباهت میان ماتریس‌های ۹- اشتراکی فازی و کلاسیک است. با توجه به اینکه استخراج این متغیرها به عمل‌گرهای فازی وابستگی مستقیمی دارند، میان سه نوع عمل‌گر مختلف فازی برای به‌دست آوردن میزان شباهت مقایسه‌ای انجام شده است.

نتیجه این مقایسه نشان می‌دهد هیچ اختلاف و تفاوتی میان نتایج به‌دست آمده وجود ندارد. علت آن را می‌توان در ماتریس ۹- اشتراکی کلاسیک دانست که دارای مقادیر سینگلتون است. متغیرهای بیانی می‌توانند به‌عنوان ورودی سیستم در بسیاری از سیستم‌های تصمیم‌گیری و استنتاج‌گری، که مرتبط با داده‌های مکانی است، در کنار اطلاعات مکانی و توصیفی مورد استفاده قرار گیرند. در این مقاله، با استفاده از این متغیرها، به‌عنوان ورودی پایگاه دانش مکانی همراه با اطلاعات دیگر، سیستمی طراحی شده است که می‌تواند میزان هشدار را براساس فرکانس و به‌صورت نمایشی به کاربر اعلام کند. از این سیستم می‌توان در بسیاری از کاربردها نظیر پدیده آلودگی هوا، انتشار لکه‌های نفتی و... استفاده کرد؛ پدیده‌های که با روابط توپولوژیک مکانی در ارتباط هستند. در این سیستم تصاویر به‌صورت آنالین وارد می‌شود و عوارض مکانی فازی را استخراج می‌کند. با استخراج عوارض مکانی فازی نوع روابط توپولوژیکی، که بین دو پدیده فازی وجود دارد، استخراج می‌شود. از مزایای دیگر این سیستم می‌توان به این موضوع اشاره کرد که عدم قطعیت بین داده‌ها مدل می‌شود. این امر باعث می‌شود نتایج با واقعیت بیشتر تطابق داشته باشد. همچنین با استخراج روابط توپولوژیک بین پدیده‌های فازی می‌توان نوع جدیدی از ورودی اطلاعات را به پایگاه دانش ایجاد کرد و در بسیاری از فرایندهای تصمیم‌گیری مکانی از آن‌ها بسیار بهره گرفت. این سیستم توانایی تعریف انواع قوانین استنتاج‌گری مختلف براساس معیارهای ورودی به سیستم و تلفیق مختلف این قوانین بر پایه نظر کارشناس را داراست.

## ۷- منابع

- Altman, D. (1994). "Fuzzy set theoretic approaches for handling imprecision in spatial analysis". *International Journal Geographical Information Systems*. 8 (3), PP. 271-289.



- Bennett, B. (1998). "Determining consistency of topological relations", *Constraints*. 3 (2-3) , PP. 213-225.
- Bittner, T., Stell, J. G. (2002). "Vagueness and rough location". *Geoinformatica*. 6 (2), PP. 99-121.
- Björk, J. T. (2004). "Topological relations between fuzzy regions: derivation of verbal terms". *Fuzzy Sets and Systems*, 141, PP. 449-467
- Clementini, E., Di Felice, P. (1996). "An algebraic model for spatial objects with indeterminate boundaries" in P. A. Burrough, A. U. Frank (Eds. ), *Geographic Objects with Indeterminate Boundaries, GISDATA II, Taylor & Francis, Great Britain*, PP. 155-169.
- Clementini, E., Di Felice, P., Koperski, K. (2000). "Mining multiple-level spatial association rules for objects with a broad boundary". *Data & Knowledge engineering*, 34, PP. 251-270.
- Cohn, A. G., Gotts, N. M. (1996). "The egg-yolk representation of regions with indeterminate boundaries" in P. A. Burrough, A. U. Frank (Eds. ), *Geographic Objects with Indeterminate Boundaries, GISDATA II, Taylor & Francis, Great Britain*. PP. 171-187.
- Cross, V. V. (2001). "Fuzzy extensions for relationships in a generalized object model". *International Journal Intelligence Systems*, 16, PP. 843-861.
- Egenhofer, M. J., Herring, J. (1998). "Categorizing binary topological relations between regions, lines and points in geographic databases". *Technical Report, Department of Surveying Engineering, University of Maine*. P. 28.

- Egenhofer, M. J., Franzosa, R. D. (1991). "Point-set topological spatial relations". *International Journal Geographical Information systems*. 5 (2), PP. 161-174.
- Erwig, M., Schneider, M. (1997). "Vague regions, in: Proceedings of the 5th International Symposium on Advances in Spatial Databases". *Lecture Notes in Computer Science*. Vol. 1262, PP. 298-320.
- Fisher, P. (2000). "Sorites paradox and vague geographies". *Fuzzy Sets and Systems*. 113 (1), PP. 7-18.
- Gervace, E., Lui, H., Nussbaum, D., Roh, Y-S., Sack, J-R. (2007). "Intelligent map agents- An ubiquitous personalized GIS". *Photogrammetry and Remote Sensing*. 62, PP. 347-365.
- Jonathan, L., Jong-Yih, K., Nien-Lin, X. (2001). "A note on current approaches to extending fuzzy logic to object-oriented modeling". *International Journal Intelligence Systems*. 16, PP. 807- 820.
- Kosko, B. (1997). "Fuzzy Engineering: Prentice-Hall". *Inc, Upper Saddle River, NJ*.
- Lawrence, A., West, Jr., Hess, J. (2002). "Metadata as Knowledge Management tool: supporting intelligent agent and end user access to spatial data". *Decision Support System*. 32, PP. 247-264.
- Leung, Y. (1987). "On the imprecision of boundaries". *Geographical Analysis*. 19 (2), PP. 125-151.
- Ma, Z. M., Zhang, W. J., Ma, W. Y., Chen, G. Q. (2001). "Conceptual design of fuzzy object-oriented databases using extended entity relationship model". *International Journal Intelligence Systems*. 16, PP. 697-711.



- Mamdani, E. H. (1976). "Advances in the linguistic synthesis of fuzzy logic controllers". *International Journal of Man-Machine Studies*. 8, PP. 669-679.
- McBratney, A. B., Odeh, I. O. A. (1997). "Application of fuzzy sets in soil science: fuzzy logic, fuzzy measurements and fuzzy decisions". *Geoderma*. 77, PP. 85-113
- Schneider, M. (2001). "A design of topological predicates for complex crisp and fuzzy regions, in: Proceedings of the 20th International Conference on Conceptual Modeling". *Lecture Notes in Computer Science*. Vol. 2224, pp. 103-116.
- Shad, R., Menhaj, M. B. (2008). "M. S. Mesgari, Simulation of 3D Fuzzy topological relations in a Deductive GIS environment". *Journal of Computer and Geosciences*. (In press in proof).
- Shi, W. Z., Liu, K. F., (2007), "A fuzzy topology for computing the interior, boundary and exterior of spatial objects quantitatively in GIS", *Computers & Geosciences*, 33, 898-915
- Smith, B. (1996). "Mereotopology: a theory of parts and boundaries". *Data & Knowledge Engineering*. 20, PP. 287-303.
- Tang, X. M., Kainz, W., Fang, Y. (2005). "Reasoning about changes of land covers with fuzzy settings". *International Journal of Remote Sensing*. 26(14), PP. 3025-3046.
- Tang, X. M., Kainz, W., Yu, F. (2003). "Modelling of fuzzy spatial objects and topological relations. In: Proceedings of the Second International Symposium on Spatial Data Quality '03". Hong Kong, PP. 61-71.



- Wang, F., Hall, G. B., Subaryono, W. F. (1990). "Fuzzy information representation and processing in conventional GIS software: database design and application". *International Journal Geographical Information systems*. 4, PP. 261-283.
- Winter, S. (2000). "Uncertain topological relations between imprecise regions". *International Journal of Geographical Information Science*. 14 (5), PP. 411-430.
- Zadeh, L. A. (1975). "The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning". Part I, *information Science*, 8, 1975, 199-249, Part II, *Information Science*, 8, 1975, 301-357, Part III, *Information Science*, 9, 43-80.
- Zhan, F. B. (1998). "Approximate analysis of binary topological relations between geographic regions with indeterminate boundaries". *Soft Comput.* 2, PP. 28-34.
- Zhao, R-M., Qian, D-P., Qin, R-G. (2007). "Intelligent Agent Based GIS Application Module". *Machin learning and Cybernetics*, 7, PP. 4164-4169.